

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики и технологий
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

**Организация самостоятельной деятельности учащихся
в процессе изучения курса планиметрии**
Выпускная квалификационная работа

Квалификационная работа
допущена к защите
Зав. кафедрой В.Ю.Бодряков

дата

подпись

Исполнитель:
Горбунова Галина Викторовна,
обучающаяся БМ-51z группы

подпись

Научный руководитель:
Аввакумова И.А.,
канд. пед. наук, доцент

подпись

Екатеринбург 2017

Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.....	2
1.1. Понятие и виды учебной деятельности (УД).....	2
1.2. Организация самостоятельной деятельности на разных этапах урока	2
1.3. Организация различных видов самостоятельной деятельности на уроках математики.....	2
1.4. Организация самоконтроля и самодиагностики учащихся.....	2
ГЛАВА 2. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ.....	2
2.1. Организация самостоятельной деятельности обучающихся при решении планиметрических задач.....	2
2.2. Методические рекомендации для решения задач по теме «Окружность».....	2
2.3. Организация самостоятельной деятельности обучающихся при решении задач по теме «Окружность».....	54
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	71
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	72

Введение

Глубокие социальные преобразования, происходящие в нашей стране, привели к значительным изменениям в сфере образования: разрабатываются новые концепции как образования в целом, так и построения отдельных учебных предметов. Обучающимся гарантируется качественное образование, которое отвечает современному уровню развития науки, производства, новых технологий в обществе. В соответствии с ФГОС ООО, одна из важнейших целей школьного образования – это развитие способности учащихся самостоятельно строить планы, конструировать их реализацию, самостоятельно контролировать и ставить оценку результатам своей деятельности. В настоящее время общество испытывает потребность в молодых специалистах, способных к творческому освоению имеющегося социального опыта, использующих в своей профессиональной деятельности исследовательский подход к познанию окружающего мира, владеющих способами его преобразования.

Одна из главных целей воспитания состоит в переводе человека из объекта в субъект деятельности и управления, т. е. в результате воспитания человек должен стать способным управлять собой и делать всякое дело сам. Самостоятельность является наиболее существенным признаком человека и как личности, и как субъекта деятельности. Самостоятельность может быть понята и как показатель активности человека, и как свойство личности, и как критерий его зрелости (гражданской, социальной, политической, нравственной, познавательной, профессиональной и т.п.) и социализации.

Самостоятельность рассматривается в современной психологии как одна из самых существенных характеристик личности и связывается с умением субъекта ставить перед собой цели как результат деятельности для их достижения собственными силами. Самостоятельность ума, критический подход к получаемой информации являются одними из главных критериев оценки человека в обществе. Общеобразовательная школа должна

формировать личность, готовую к самообразованию в течение всей жизни, успешно работающую в информационном обществе; обеспечить развитие рефлексивных умений и творческих способностей.

В связи с этим проблема развития самостоятельности мышления обучающихся посредством организации самостоятельной работы является одной из наиболее актуальных.

В работах советских психологов А. Н. Боголюбова, Д. Н. Богоявленской, П. Я. Гальперина, В. В. Давыдова, В. И. Зыковой, Н. А. Менчинской, С. Л. Рубинштейна, К. А. Славской, Н. Ф. и др. исследовались приемы формирования и развития самостоятельной умственной деятельности школьников. Проблема самостоятельной работы при обучении математике в процессе решения задач изучалась методистами Ц. И. Моро, В. А. Гусевым, Ю. М. Калягиным, В. М. Монаховым, Р.С. Черкасовым и другими.

При традиционном обучении гиперболизация функции учителя как источника информации, его излишняя информационная активность сужают поле информационного потребления учащегося и существенным образом блокируют полноценное развитие самостоятельной деятельности ребенка. Самостоятельность как качество личности в силу своей природы не может развиваться в условиях постоянной опеки.

Необходимо сформировать у обучающихся умение оперировать приобретенными знаниями и применять их в новых ситуациях, делать самостоятельные выводы и обобщения, находить решения в нестандартных условиях, ситуациях.

Говоря о формировании у школьников самостоятельности, необходимо иметь в виду две тесно связанные между собой задачи. Первая заключается в том, чтобы развивать у учащихся самостоятельность в познавательной деятельности, научить их самостоятельно овладевать знаниями, формировать своё мировоззрение, вторая — научить их самостоятельно применять имеющиеся знания в учении и практической деятельности.

Математика, в том числе и геометрия, обладает особенностями, создающими благоприятные условия для приобщения учащихся к самостоятельной деятельности и развитию самостоятельности в процессе обучения.

В связи с этим для исследования выбрана тема «Организация самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения курса планиметрии».

Объектом исследования является процесс обучения математике в основной школе.

Предметом исследования являются приемы организации самостоятельной деятельности учащихся при решении задач по планиметрии.

Цель исследования: разработка комплекса заданий для организации самостоятельной деятельности учащихся по теме «Окружность».

Исходя из цели исследования в работе ставились следующие задачи:

1. Изучить и проанализировать психолого–педагогическую и методическую литературу по теме исследования.
2. Охарактеризовать виды самостоятельной деятельности обучающихся в процессе обучения математике.
3. Раскрыть основные приемы организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе обучения математике, с учетом самоконтроля и самодиагностики.
4. Рассмотреть организацию самостоятельной деятельности обучающихся при решении планиметрических задач.
5. Сформулировать методические рекомендации для решения задач по теме «Окружность».
6. Проиллюстрировать организацию самостоятельной деятельности учащихся при решении планиметрических задач и разработать комплекс заданий для организации самостоятельных работ по теме «Окружность».

Глава 1. Теоретические основы организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе обучения математике

1.1. Понятие и виды учебной деятельности (УД)

Прежде чем определиться с понятием «самостоятельная деятельность» учащихся, нам необходимо выяснить, что будем понимать под «деятельностью».

Для того чтобы получить какие-то знания или умения, учащийся должен что-то делать. Ведь они приобретаются в процессе деятельности, но в ней должна быть и потребность.

В психологическом словаре дается следующее определение понятия «потребность»: **потребность** – это состояние индивида, создаваемое испытываемой им нуждой в объектах, необходимых для его существования и развития, и выступающее источником его активности.[50]

Проблема деятельности за последние десятилетия не перестает занимать умы психологов, педагогов, экономистов, философов, социологов и представителей других наук. Это объясняется тем, что деятельность является источником развития человека, становления его как личности, основанием всей его жизни. Деятельность – основа существования и развития общества, всех его ценностей.

Для педагогики проблема деятельности является фундаментальной основой решения всех задач учебно-воспитательного процесса. Здесь под *деятельностью* понимают специфическую форму общественно-исторического бытия людей, целенаправленное преобразование ими природной и социальной действительности. [52, с.236]

В психологии под деятельностью понимается активное взаимодействие с окружающей действительностью, в ходе которого живое существо выступает как субъект, целенаправленно воздействующий на объект и удовлетворяющий таким образом свои потребности. [49, с.95] А.Н. Леонтьев

определяет *деятельность* как процесс активности человека, связанный с его взаимодействием с окружающей действительностью и направленный на определенный предмет деятельности. [28]

М.С. Коган рассматривает человеческую деятельность как «активность субъекта, направленную на объекты или на других субъектов» [25, с.43]. В этом определении выделяются три основных элемента деятельности и устанавливаются структурные связи:

- субъект, наделенный активностью по отношению к какому-либо объекту или субъекту;
- объект, на который направлена активность субъекта;
- сама активность, выражающаяся в том или ином способе воздействия на объект или в установлении связей между субъектами.

Согласно С.Л. Рубинштейну, деятельность человека не является реакцией на внешний раздражитель, это не внешняя операция субъекта над объектом. Деятельность выражает сложные переходы, в процессе которых формируется сам субъект. И происходит это именно в условиях человеческой деятельности, в которой люди работают совместно, обмениваются деятельностью, воздействуют друг на друга. [53]

Таким образом, на основании анализа психолого-педагогической литературы под деятельностью будем понимать активность субъекта, направленную на определенный предмет деятельности.

В образовании нас интересует не просто деятельность, а учебная деятельность, ее виды и формы.

По мнению Д. Б. Эльконина, «учебная деятельность – это деятельность, направленная, имеющая своим содержанием овладение обобщенными способами действий в сфере научных понятий...». [69, с.139]

Как и любая другая деятельность, учебная деятельность имеет свои особенности. Давыдов В. В. отмечает, что «важная особенность деятельности состоит в том, что она всегда носит явный или неявный предметный характер – все ее компоненты имеют то или иное предметное содержание. А сама она

обязательно направлена на творческое созидание определенного материального или духовного продукта». [8, с.206]

И. И. Ильясов[21] отмечает следующие основные характеристики учебной деятельности:

- она направлена на овладение учебным материалом и решение учебных задач;
- в ходе ее осуществления усваиваются общие способы действий и научные понятия;
- общие способы действий предваряют решение задач;
- является основанием всей жизни субъекта, приводит к психическим и личностным изменениям обучающегося в зависимости от результатов его собственных действий.

Учебная деятельность выполняет двоякую социальную функцию. Деятельность, как форма активности ребенка, является *условием* и *средством* его психического развития. В процессе усвоения теоретических знаний у ребенка развиваются специфических способностей.

Знания, умения и навыки человек получает не только в результате учебной деятельности в школе, но и в социуме: при непосредственном общении с другими членами общества и посредством соц. сетей, при просмотре фильмов и посещении театра, при чтении книг, журналов, статей в интернете а также из других средств массовой информации. Возникает вопрос о том, какие знания, при каких условиях и каким способом должны усваиваться обучающимися именно в школе, под руководством учителей, организующих УД. Усвоение знаний, умений и навыков внутри УД имеет ряд характерных особенностей.

Во-первых, содержание УД составляют научные понятия и законы, всеобщие способы решения соответствующих им познавательных задач.

Во-вторых, усвоение такого содержания выступает как основная цель и главный результат деятельности (в других видах деятельности усвоение знаний и умений выступает как побочный результат).

В-третьих, в процессе УД происходит изменение самого ученика как ее субъекта, благодаря приобретению основного новообразования - теоретическому отношению к действительности происходит психическое развитие ребенка.

На определенном этапе психического развития (в младшем школьном возрасте) УД играет ведущую роль в формировании личности. Являясь формой социально нормируемого сотрудничества взрослого и ребенка, она становится одним из основных средств включения подрастающих поколений в систему общественных отношений, в коллективную деятельность, устанавливающую ценности и нормы, лежащие в основе любой коллективной деятельности.

Рассмотрим теперь виды и формы учебной деятельности.

Щукина Г.И. [68] выделяет следующие **виды учебной деятельности**:

Учебно-познавательная деятельность вооружает обучающихся знаниями, умениями, навыками; содействует развитию нравственных, эстетических качеств личности и её мировоззрения; развивает познавательные силы – познавательную активность и самостоятельность; выявляет и реализует потенциальные способности и возможности учащихся; приобщает к творческой деятельности.

Предметно-практическая деятельность как элемент трудовой деятельности помогает выявить практическую значимость науки; готовит психологически и практически к успешной трудовой деятельности; развивает кругозор; вооружает практическими знаниями, умениями, навыками; развивает сенсорно - двигательную сферу; способствует профессиональной ориентации учащихся.

Игровая деятельность способствует разрядке напряженности, снимает утомление; содействует развитию познавательных сил учащихся и интереса к учению; стимулирует творческие процессы; создает приятную атмосферу учебной деятельности.

Речевая деятельность содействует приобретению содержательной основы познавательных процессов и форм их речевого выражения учащихся, помогает активному восприятию информации. Она является выражением отношения к учебной деятельности, внутренних побуждений, интересов, склонностей, настроения, собственных познавательных приобретений; способствует активному включению во все процессы учебной деятельности и является основой межличностного общения на уроках и в других условиях. Речевая деятельность учителя выполняет в учебном процессе информативно-познавательную, коммуникативную, стимулирующую функции.

Художественная деятельность развивает художественный кругозор, содействует эстетическому восприятию и усвоению действительности, обогащает эмоциональную сферу школьников, выявляет и развивает их творческие способности, формирует ценностные ориентации в области искусства и, следовательно, способствует всестороннему развитию личности.

Деятельность общения содействует расширению общего кругозора учащихся, развивает организаторские умения и способности, содействует общественной оценке деятельности школьника, выявляет опыт и возможности каждого из них, способствует приобретению опыта ведения дискуссий, поведения в конфликтных ситуациях и выполнения различных ролевых функций, обогащает мотивы любой деятельности и укрепляет успех, способствует развитию активной жизненной позиции. Все это оказывает значительное влияние на учебную деятельность.

Следует выделить также как *эвристическую учебную деятельность*, которая связана с поиском решения всевозможных учебных задач и которой присущи личностный и процессуальный аспект, так и саму *деятельность по решению предметных и учебных задач*.

Таким образом, различные виды деятельности, в которые включается школьник и где происходит процесс его развития, – это не сумма слагаемых, а единый комплекс необходимых социальных основ, в котором формируется активная личность.

Говоря о деятельности нельзя не сказать о ее формах. Существуют различные **формы учебной деятельности**, требующие от учащихся разной степени самостоятельности в процессе учения. Это еще раз подтверждает необходимость специального обучения учащихся умению учиться самостоятельно на разных уровнях и в разных условиях. [16]

Под формой учебной деятельности будем понимать способ организации взаимосвязанной и взаимообусловленной деятельности учителя и учащихся, основанной на некотором виде учебного общения. [16, с.210]

Фронтальной формой организации учебной деятельности учащихся называется такой вид деятельности учащихся и учителя на уроке, когда все ученики одновременно выполняют общую, одинаковую для всех работу, обсуждают, сравнивают и обобщают ее результаты всем классом. Это воспитывает в детях чувство коллективизма, способствует установлению особенно доверительных отношений и общения между учителем и учащимися, а также учащихся между собой, позволяет формировать устойчивые познавательные интересы, активизировать деятельность школьников, а так же учить рассуждать и находить ошибки в рассуждениях своих товарищей.

Групповая форма организации учебной работы учащихся:

- 1) для решения конкретных учебных задач класс на данном уроке делится на группы;
- 2) каждая группа получает либо одинаковое, либо дифференцированное задание и выполняет его сообща под непосредственным руководством лидера группы или учителя;
- 3) задания в группе выполняются таким способом, который позволяет учитывать и оценивать индивидуальный вклад каждого члена группы;
- 4) состав группы непостоянен и подбирается с учетом эффективности реализации способностей и учебных возможностей каждого члена группы в процессе работы над поставленной задачей.

Однородная работа называется однородной, если предполагает выполнение небольшими группами учащихся одинакового для всех задания, и дифференцированной, если задания различны и выполняются разными группами. В ходе работы членам группы разрешается совместное обсуждение хода и результатов работы, обращение за советом друг к другу.

Индивидуальная форма организации работы учащихся на уроке предполагает, что каждый ученик получает для самостоятельного выполнения задание, подобранное специально для него в соответствии с его подготовкой и учебными возможностями.

1.2. Организация самостоятельной деятельности на разных этапах урока

С.Я. Рубинштейн определяет самостоятельность субъекта следующим образом: самостоятельность «... не исчерпывается способностью выполнить задания, она включает еще более существенную способность самостоятельно, сознательно ставить перед собой задания, цели, определять направление своей деятельности. Это предполагает способность самостоятельно мыслить, и связано с выработкой цельного мировоззрения».

Самостоятельность неразрывно связана с активностью, что в свою очередь является движущей силой в процессе познания. При этом, безусловно, далеко не последнюю роль играют настойчивость, увлеченность и другие качества, которые развиваются вместе с самостоятельностью. При недостаточном уровне самостоятельности учащиеся пассивны на уроке, и имея низкий уровень скорости мышления, неспособны к применению полученных знаний. Самостоятельность мышления и самостоятельность целенаправленной деятельности являются важнейшими качествами человека. [10]

В работах К. К. Платонова и Т. И. Шаламовой выделяются два фактора самостоятельности. К первому относится совокупность знаний, умений, которыми обладает личность, второй - представляет собой отношение личности к процессу деятельности, к ее результатам и средствам осуществления. [44, 64]

Поскольку самостоятельность как свойство личности формируется и проявляется в процессе деятельности, рассмотрим самостоятельную учебную деятельность как одну из основных видов деятельности, в которую вовлечен учащийся в процессе обучения.

Понятие самостоятельности в психолого-педагогической литературе трактуется в основном в двух направлениях:

– самостоятельность как умение выполнять учебные действия без непосредственного участия преподавателя (Бутягина К. Л., Васильева В. Н., Малащенко В. Л., Шарифов Д. и др.); [65]

– самостоятельность как умение организовать учебную деятельность, изначально распределенную между учителем и учащимся (Зимняя И. А., Лернер И. Я., Пидкасистый П. И., Бердичевский А. Л. и др.). [19, 29, 42]

Но и классики, и современники делают одни и те же выводы, а именно: никакое воздействие извне, никакие инструкции, наставления, приказы, убеждения, наказания не заменят и не сравнятся по эффективности с самостоятельной деятельностью. [55] Немецкий педагог Адольф Дистервег писал: «Развитие и образование ни одному человеку не могут быть даны или сообщены. Всякий, кто желает к ним приобщиться, должен достигнуть этого собственной деятельностью, собственными силами, собственным напряжением. Извне он может получить только возбуждение...». [15]

Под самостоятельной деятельностью понимают такую деятельность, субъект которой в процессе целеполагания предвидит результат своей деятельности и соотносит с ним необходимые средства деятельности. [55]

Любые умения могут формироваться и развиваться только в процессе самостоятельной деятельности. Суть ее заключается в том, что учащийся действует сам, то есть в той или иной степени реализует, проявляет свою самостоятельность. При этом и умения, и самостоятельность, которые развиваются и совершенствуются в процессе самостоятельной деятельности, взаимно обогащают друг друга. Без достаточно развитой самостоятельности нет полноценных умений, а без развитых умений никакая самостоятельность не принесет большой пользы. И чем выше у учащихся уровень их самостоятельности, тем эффективнее будет протекать их учебная самостоятельная деятельность. [24, с.2]

Деятельность ученика является самостоятельной, если ее составляющими элементами являются такие действия как:

- установление нового факта, явления и его характеристика;
- формулирование проблемы, задачи; выдвижение гипотезы;
- установление существенных связей и закономерностей развития явления;

- определение путей поиска новых фактов, выявление их сущности на основе сравнения, сопоставления и противопоставления фактов;
- оценка решения, значимости полученного результата; видение общего положения в конкретном случае. [41]

Самостоятельная работа может проводиться на любом этапе урока, например, перед объяснением нового материала на этапе актуализации имеющихся знаний обучающихся. Здесь уместно проведение графических диктантов, математических лото, работы с карточками «Проверь себя» или «Проверь соседа». Обмен тетрадями, взаимопроверка и самопроверка правильности решения повышает ответственность, развивает критическое отношение к своей и чужой работе. Затем ученики получают задание, для решения которого не достаточно имеющихся умений. В совместной работе выявляются причины затруднения, выясняется проблема. Ученики самостоятельно формулируют тему и цель (этап целеполагания, постановки проблемы). Организуется совместный поиск решения проблемы.

На этапе изучения нового материала при работе с учебником: чтение текста учебного материала, воспроизведение, обсуждение, разбивка на смысловые части, составление плана, работа с понятиями и терминами прочитанного. При первичной проверке понимания изученного материала можно применять графические диктанты, тестовые задания с ответами «да», «нет».

На этапах закрепления и проверки знаний оправданы самостоятельное выполнение упражнений, задач по новой теме, самопроверка по эталону; работа над ошибками; работа по схеме, чертежу, графику, таблице. Самостоятельная работа на уроке может быть организована несколько раз. Например, после коллективного решения задачи можно предложить учащимся самостоятельно записать решение задачи, а в конце урока дать самостоятельную работу на решение примеров.

На этапе рефлексии учащиеся делятся мнением о своей работе на уроке, самостоятельно оценивают работу (самооценка, взаимооценивание

результатов работы одноклассников), называют тему урока, его этапы, перечисляют виды деятельности на каждом этапе, определяют предметное содержание.

Организуя деятельность учащихся по самостоятельному применению приемов в повседневной учебной деятельности, учитель акцентирует внимание учащихся на ситуациях, в которых это можно делать. С этой целью используются:

- 1) обобщающие уроки;
- 2) самостоятельная учебная деятельность учащихся по изучению материала: самостоятельная формулировка теорем, определений, понятий, изучение незнакомого текста учебника, самостоятельное доказательство теорем и поиски различных способов их доказательства, подготовка сочинений, рефератов и докладов по математике;
- 3) самостоятельная учебная деятельность по решению математических задач: самостоятельные (проверочные) и контрольные работы, поиски различных (наиболее рациональных) способов решения задач, защита оригинальных решений, составление задач учащимися, решение нестандартных задач, рассмотрение софизмов;
- 4) практические и лабораторные работы исследовательского характера;
- 5) домашняя работа учащихся по усвоению теории и приемов решения учебных задач;
- 6) самостоятельное применение усвоенных приемов учебной деятельности в других предметах естественно-математического цикла.

Подобные ситуации создают не только условия для закрепления обобщенных приемов учебной деятельности и способов, но и предпосылки для нахождения на их основе новых. Чем больше учащиеся самостоятельно применяют усвоенные приемы, тем больше закрепляются в их сознании основные существенные действия, входящие в состав приема, а так же вариации этих действий. Значит, с накоплением опыта они смогут изменять и находить эти существенные действия, т.е. находить новые приемы на основе

усвоенных. Результатом этого этапа должно стать воспитание у учащихся привычки действовать самостоятельно и рационально в разнообразных учебных ситуациях [8].

Информационный подход к ознакомлению учащихся с теоретическими знаниями. При изучении новой темы, главы, раздела и т.д. учащимся предлагается определить, какие понятия, связи, отношения должны появиться в этом разделе, какова последовательность изучения темы. Учащиеся осознают, что новые знания могут быть получены путем преобразования имеющейся информации, осуществляться в процессе мыслительных операций: сравнения, аналогии, обобщения, абстрагирования, классификации и т. д.

Расширение информационно-познавательной емкости процесса решения задач. Это возможность переноса способа решения задач на другие ситуации; возможность видоизменения задач; варьирования условия.

Составление учащимися новых задач. Проблема составления задач приводит к выяснению требований к условию задач (необходимого количества данных, непротиворечивости их и независимости).

Большие возможности предоставляет самостоятельная работа при решении задач и упражнений на уроках. Поэтому мы рассмотрим классификацию самостоятельных работ, построенных, как правило, на решении задач разного уровня сложности и преследующих разные дидактические цели.

1.3. Организация различных видов самостоятельной деятельности на уроках математики

Подходы к классификации самостоятельной деятельности учащихся очень разнообразны. Например, в зависимости от места выполнения самостоятельную работу разделяют на решаемую в классе и выполняемую вне школы.

Среди методистов популярна классификация видов самостоятельной работы, основанная на источниках знаний. Это – работа с учебной книгой, дополнительной литературой, справочниками, энциклопедиями и т. д. В наиболее завершенном виде такая классификация разработана В.П. Стрезикозиним. [60] Он выделяет следующие виды самостоятельной учебной работы школьников:

- 1) работа с учебной книгой (ответы на вопросы учителя и др.);
- 2) работа со справочной литературой (энциклопедии, справочники);
- 3) учебные упражнения;
- 4) решение и составление задач;
- 5) графические работы;
- 6) работа, связанная с использованием раздаточного материала.

Такая классификация самостоятельных работ является вспомогательной, так как не может быть заданий просто работать с книгой и тому подобное. Всегда ставится содержательная цель. Но она имеет важное педагогическое значение, так как овладение умениями и усвоение учащимися содержания учебного материала происходит одновременно. Поэтому выстраивать систему заданий для самостоятельной работы учащихся в каждом конкретном случае целесообразно и по содержанию, и по источникам знаний.

Изложенные выше цели и условия организации самостоятельной работы, а также большой объем программного материала и ограниченные рамки учебного времени диктуют строгий отбор вопросов для

самостоятельного изучения учащимися. Важнейшим критерием отбора является сложность и специфика учебного материала.

Задания для самостоятельной работы с источниками знаний при получении новой информации и овладении приемами учебной работы, как и все другие учебные задания, могут быть различными.

1. Простые вопросы (Где? Сколько? Почему? и т. п.).
2. Логически связанные вопросы (Что изменится, если...? Чем отличается? И т. п.).
3. Различные тесты (альтернативные, выбор ответа и т. п.).
4. Инструкции или планы.
5. Краткие требования (составить схему, доказать, объяснить, обосновать, извлечь из учебника и т.п.).
6. Задачи количественные, качественные, познавательные (поиск новых знаний, поиск новых способов получения знаний), тренировочные (закрепление знаний, закрепление способов получения знаний).

Приведенная классификация показывает многообразие способов включения самостоятельной работы в учебную деятельность учащихся. Однако такой подход к классификации односторонен. Он не раскрывает внутреннего содержания работы, не отображая уровень мыслительной активности школьников. Попытка совместить обе стороны содержания самостоятельной работы предпринята в классификации, разработанной Б.П.Есиповым. [17]

Её исходный принцип - дидактическое назначение. Виды самостоятельной работы выделяются по основным звеньям учебного процесса. Характеризуя выделенные им виды самостоятельной работы, Б.П. Есипов пытался показать внутреннюю динамику мыслительной деятельности учеников и протяженность трудности и проблемности в каждом из этих видов.

Многие исследователи акцентировали внимание на последовательном нарастании продуктивного и творческого начал и в самостоятельной

деятельности, и в заданиях, отражающих изменения в уровне мышления учащихся. Такая концепция стала популярна среди педагогов-теоретиков и практиков. Суть ее заключается в постоянном введении в процесс усвоения знаний учебных процедур, требующих возрастающей самостоятельности и творчества школьников. Эти качества формируются с помощью проблемного изложения материала, подготовки учеников к активному восприятию и осознанию нового материала, в котором учитель вскрывает в какой-то мере методы научных открытий из истории развития науки и постепенно вводит ряд заданий определенного типа: изучение материала по учебнику или самостоятельные упражнения по образцу; выполнение элементарных задач исследовательского характера и творческих работ (самостоятельное добывание знаний, исследование отдельных проблем, включающих самостоятельную постановку задачи, составление плана, применение усвоенных методов); выполнение новых заданий с применением усвоенных методов (полусамостоятельные работы) или заданий нового типа, требующих видоизменения, переноса в новую сферу усвоенных методов и проверки результатов (самостоятельные работы).

Первая попытка классифицировать самостоятельную работу на такой основе принадлежит М.И. Моро [37], в которой выделяются следующие виды самостоятельной работы:

- а) основанные, на подражании, на воспроизведении школьниками действий и рассуждений учителя;
- б) требующие от учеников самостоятельного применения знаний, умений и навыков, приобретенных ранее под руководством преподавателя в условиях, аналогичных тем, в которых они формировались;
- в) требующие самостоятельного применения знаний, но в условиях, отличающихся в большей или меньшей степени от тех, которые имели место при формировании знаний, умений и навыков, применяемых школьниками в ходе выполнения задания;

г) творческие работы, требующие от учащихся проявления самостоятельности в постановке вопроса и поисках пути его решения, проведения необходимых наблюдений и самостоятельного получения вывода.

Подобный подход дидактически обоснован результатами психологических исследований, согласно которым выделяется два вида мышления – репродуктивный и продуктивный. Конечно, в реальном процессе познания в «чистом виде» они не проявляются. Оба вида выступают в диалектическом единстве и в зависимости от уровня проблемности ситуации на первый план выступает либо репродуктивное, либо продуктивное мышление. Границы между выделенными классификационными единицами очень условны и нечетки.

И. Э. Унт (1966г.) предлагает две классификации, исходя из двух принципов классификации видов самостоятельной работы школьников соответственно. Первая основывается на источнике знаний или, по терминологии автора, «методике самостоятельной работы учащихся».

Самостоятельная работа учащихся над учебной литературой:

1. Работа над текстом учебника по составлению:
 - а) плана;
 - б) таблиц;
 - в) диаграмм и схем;
 - г) конспекта;
 - д) ответов на вопросы учителя.
2. Работа над иллюстративным материалом учебника (задачи по готовым чертежам и т. д.).
3. Выполнение упражнений и заданий на базе учебника:
 - а) поиски примеров;
 - б) составление задач.
4. Работа с иной литературой и учебными пособиями.

Вторая классификация И.Э. Унт исходит из звеньев учебного процесса. Здесь она целиком следует за классификацией Б.П. Есипова. Позднее И. Э. Унт (1974г.) предложила новую классификацию, взяв за ее основу содержание заданий для самостоятельной работы, и выделила три типа учебных заданий:

1) опосредующие учебную информацию (задания, которые содержат учебный материал или указывают источник знаний, частично заменяют устное изложение учителя и предназначены для первоначального восприятия учебного материала);

2) управляющие работой учащихся с учебным материалом (задания, которые руководят осмыслением и систематизацией учебного материала, самоконтролем; формированием знаний, умений и навыков – наблюдения, работа над текстом учебной литературы, упражнения и т. п.; систематизацией, обобщением и выводами);

3) требующие от ученика творческой (продуктивной) деятельности (направляющие учащихся на самостоятельное собирание материала, поиски примеров и составление задач; нахождение проблем и их решение; сюда относятся все задания, связанные с проблемным обучением).

В 70-е годы в силу научно-технического прогресса и модернизации производства возрастает актуальность развития у учащихся умений самостоятельно работать.

Меняется подход к классификации самостоятельных работ. Если педагоги 50 - 60-ых годов их классифицировали по диагностическим целям (Б. П. Есипов), по источнику знаний (В. П. Стрезикозин) [60], то в 70-е годы в основу классификации брали структуру познавательной деятельности учащихся.

П. И. Пидкасистый [43] выделяет 4 типа самостоятельных работ (в соответствии с уровнем самостоятельной продуктивной деятельности обучающихся), каждый из которых имеет свои дидактические цели:

- по образцу;

- реконструктивные;
- вариативные;
- творческие.

Самостоятельные работы по образцу формируют фундамент для подлинно самостоятельной деятельности ученика и, безусловно, необходимы для формирования умений и навыков и их прочного закрепления.

Реконструктивные самостоятельные работы создают условия для развития мыслительной активности школьников, учат анализировать события, явления, факты, способствуют развитию внутренних мотивов к познанию, формируют приемы и методы познавательной деятельности.

Самостоятельные работы этого типа создают основания для дальнейшей творческой деятельности ученика.

Вариативные самостоятельные работы формируют умения и навыки поиска ответа за пределами известного образца. Постоянный поиск новых решений, обобщение и систематизация полученных знаний, перенос их в совершенно нестандартные ситуации делают знания ученика более гибкими, формируют творческую личность.

Творческие самостоятельные работы являются венцом системы самостоятельной деятельности школьников. Они, закрепляя навыки самостоятельного поиска знаний, являются одним из самых эффективных средств формирования творческой личности.

Таким образом, применение на практике разнообразных видов самостоятельных работ способствует развитию самостоятельности ученика и совершенствованию умений работать самостоятельно. Однако, любая работа должна начинаться с осознания учащимися цели действий и способов действий.

М.Н. Скаткин и другие классифицируют самостоятельные работы по степени самостоятельности обучающихся. Они выделяют самостоятельные работы:

- 1) подражательного характера;
- 2) тренировочные с применением имеющихся знаний;
- 3) исследовательского характера, когда учащиеся получают знания из опытов и наблюдений.

Усиление самостоятельной работы учащихся на уроке, развитие их познавательной активности является главным результатом поисков обучения самостоятельной работе.

Много внимания уделяется вопросу развития у учащихся творческого потенциала, усвоения опыта творческой деятельности в исследованиях И. Я. Лернера [29].

Главный принцип формирования самостоятельного мышления учащихся – системность. Ведущая роль в умственном развитии принадлежит содержанию образования, системе научных знаний, которыми овладевают учащиеся. Поэтому, предлагая детям ту или иную самостоятельную задачу, нужно, прежде всего, учитывать наличие знаний по данному вопросу.

Учить самостоятельно мыслить школьников в процессе обучения – это значит, опираясь на методологические и психологические основы, учитывать их индивидуальные особенности развития.

В 80-90-е годы дидакты также в основу классификаций берут признак возможности развития творческого опыта учащихся в ходе самостоятельной работы. Например, Ю. Б. Зотов [20] выдвигает классификацию близкую к таковой П. И. Пидкасистого. Он называет четыре группы работ.

Воспроизводящие самостоятельные работы по образцу необходимы для формирования умений и навыков, их прочного закрепления, а так же для запоминания способов действий в конкретных ситуациях. Деятельность учеников при выполнении таких работ не совсем самостоятельная, так как их самостоятельные действия ограничиваются повторением действий по образцу, простым воспроизведением. Однако роль таких работ очень велика. Они формируют основу для подлинно самостоятельной деятельности

ученика. При этом учитель определяет для каждого учащегося оптимальный объем работы.

Реконструктивно-вариативные самостоятельные работы позволяют самостоятельно найти конкретные способы решения задачи на основе полученных ранее знаний и данной учителем общей идеи применительно к данным условиям задания. Такие работы учат школьников анализировать события, явления, факты, приводят их к осмысленному переносу значений в типовые ситуации, способствуют развитию внутренних мотивов к познанию, формируют приемы и методы познавательной деятельности, создают условия для развития мыслительной активности школьников и формируют основания для дальнейшей творческой деятельности ученика.

Эвристические самостоятельные работы формируют умения и навыки поиска ответа за пределами известного образца. Как правило, ученик определяет сам пути решения задачи. Он уже имеет знания, необходимые для решения, но отобрать их в памяти бывает иногда затрудняется. Обобщение знаний уже имеющихся, перенос их в новые ситуации, упражнения в этом обеспечивают ученику выработку умений самостоятельно учиться.

Творческие самостоятельные работы являются венцом системы самостоятельной деятельности учащихся. Они позволяют ученикам получать принципиально новые для них знания, закрепляют навыки самостоятельного их получения.

Исходя из сказанного, можно сделать вывод, что до сего времени дидактам не удалось создать универсальной классификации видов самостоятельной работы, которая учитывала бы в равной мере и внешние, и внутренние стороны учебной деятельности школьников.

Более перспективными оказались попытки показать внутреннюю сущность самостоятельной работы, поэтому мы будем придерживаться классификации Ю.Б.Зотова, которая объединяет другие классификации, основанные на подборе заданий согласно цели работы.

Но даже идеально построенная классификация заданий будет лишь косвенно отражать характер деятельности ученика при выполнении самостоятельной работы.

1.4. Организация самоконтроля и самодиагностики учащихся

Самоконтроль и самодиагностика – важные компоненты самостоятельной учебной деятельности: они помогают ученику осмыслить изученное, понять зависимость результатов учения от приложенных усилий, утвердиться в правильности своих знаний и умений, а также постепенно овладеть приемами контроля и диагностики.

В связи с тем, что самоконтроль – один из важнейших факторов, обеспечивающих самостоятельную деятельность учащихся, проблема самоконтроля все больше становится предметом психологических и педагогических исследований.. Назначение самоконтроля заключается в своевременном предотвращении или обнаружении уже совершенных ошибок.

Прибавление местоимения само к тому или иному существительному имеет определенное значение, смысл которого заключается в обозначении направленности действия на того, кто его производит.

С одной стороны, самоконтроль обязательно предполагает наличие эталона, то есть того, что должно быть. С другой - не может осуществляться без наличия того, что собственно контролируется, проверяется.

В психолого-педагогической литературе отражены разнообразные подходы к определению сущности самоконтроля. Авторы одних работ рассматривают самоконтроль как свойство личности в широком смысле этого слова (Соболева А. Г). [40] Другие авторы считают самоконтроль актом умственной деятельности человека (формой проявления и развития самосознания, мышления, качеством ума, признаком его критичности, дисциплины) (Лында А. С.). [30] Во многих работах самоконтроль определяется как компонент учебной деятельности учащихся, заключающийся в анализе и регулировании ее хода и результатов, или как умение (навык, привычка) контролировать свою деятельность и исправлять замеченные ошибки (Кувшинов Н. И.). [40] Наконец, есть авторы, которые считают самоконтроль методом (средством, условием) саморегуляции

поведения, деятельности и активизации обучения (Чебышева В. В.). [40]

Самоконтроль – явление сложное и многогранное. Каждое определение отражает отдельные его стороны. Если сопоставить все определения самоконтроля, то можно заметить, что, несмотря на некоторые различия в формулировках данного понятия, у всех названных авторов одинаково выражена его психологическая сущность. Заключается она в сопоставлении, соотнесении выполняемых действий с образцом, с поставленной целью, с предъявленными требованиями. То есть, можно сказать, что действие самоконтроля состоит в сопоставлении воспроизводимого учащимися действия и его результата с образцом через предварительный образ.

В структуре самоконтроля можно выделить следующие *звенья*:

- 1) уяснение учащимися цепи деятельности и первоначальное ознакомление с конечным результатом и способами его получения, с которыми они будут сравнивать применяемые ими приемы работы и полученный результат. По мере овладения данным видом работы, знание образцов будет углубляться и совершенствоваться;
- 2) сличение хода работы и достигнутого результата с образцами;
- 3) оценивание результата выполняемой работы, установление и анализ допущенных ошибок (констатация состояния);
- 4) коррекция работы на основе данных самооценки и уточнения плана ее выполнения, внесение усовершенствований.

Самоконтроль – компонент самостоятельной учебной деятельности, но даже при наличии соответствующих предпосылок самостоятельная деятельность возникает у учащихся не сразу, она формируется в процессе обучения под руководством учителя. Ее формирование выступает важнейшей задачей обучения – задачей не менее важной, чем усвоение знаний, умений и навыков.

Чтобы работа учителя по формированию умения самоконтроля оказалась более эффективной, надо убедить учащихся в необходимости самоконтроля и конкретно показать, как поступать в том случае, если при

проверке выяснится, что полученный ответ не удовлетворяет условию задачи. Нужна систематическая работа в этом направлении.

При обучении математике, возможно, использовать разнообразные приемы формирования самоконтроля, которые можно классифицировать следующим образом:

- 1) сверка с образцом;
- 2) повторное решение задачи;
- 3) решение обратной задачи;
- 4) проверка полученных результатов по условию задачи;
- 5) решение задачи различными способами;
- 6) моделирование;
- 7) примерная оценка искомых результатов (прикидка);
- 8) проверка на частном случае;
- 9) испытание получаемых результатов по косвенным параметрам». [32, с.6]

В. И. Рыжик рекомендует использовать некоторые *упражнения для формирования самоконтроля*.

1. Предлагаемое учителем готовое решение какого-либо математического задания, является неправильным. Ошибки необходимо обнаружить ученикам.

2. Учитель приводит неполное решение задачи, а ученикам предлагает завершить его.

3. Для решения предлагается задача с неполными или избыточными данными, ученики должны обнаружить это.

4. Решение задач, предлагаемое учителем, содержит принципиальные пробелы, которые предлагается найти ученикам. [54]

Эти задания больше подходят для развития внимания детей, но их необходимо использовать при формировании навыка самоконтроля, так как при отсутствии внимания не может быть и речи ни о самоконтроле, ни о контроле вообще.

Итак, формирование умений самоконтроля – процесс непрерывный. Он осуществляется под руководством учителя на всех стадиях процесса обучения (при самостоятельной работе учащихся, при изучении нового материала, при отработке навыков практической деятельности, и т.п.), начинается этот процесс еще в младших классах.

Проблема обучения самодиагностике, как и обучение самоконтролю, в школе до сих пор остается нерешенной, практически не используются возможности формирования у школьников умения самодиагностики. В связи с этим учащиеся не всегда умеют самостоятельно оценить свои возможности.

Из анализа литературы о диагностике и самодиагностике можно сформулировать следующее определение самодиагностики [22, 23, 59]: **самодиагностика** – это достижение такого уровня развития личности учащегося, при котором становится возможным самоконтроль, анализ и осознанная коррекция результатов учебной деятельности и своего развития.

Как показывают исследования психологов, школьников старшего возраста отличает достаточный уровень развития самосознания, самоконтроля и саморегуляции. Подростки, анализируя свою деятельность, в том числе и учебную, анализируя себя в общении с другими людьми, начинают понимать свойства своего характера, в том числе и негативные, переживают наличие у себя отрицательных черт, желают исправить свои собственные недостатки. В указанной ситуации становится актуальным вопрос о вооружении учащихся умениями и инструментарием самодиагностики, а также создание средств для осуществления их самодиагностической деятельности. В качестве таких *средств* А.В. Слепухин [59] выделяет следующие:

1. Обучение решению учебных задач (проблем) разными способами.
2. Обучение приемам самоконтроля домашней работы.
3. Обучение приемам самоконтроля решения учебных задач.
4. Включение в учебные тетради (издания) листа самодиагностики.

Такой лист должен содержать основные элементы формируемых знаний по заявленной теме с возможностью организации работы по установлению связей между указанными элементами знаний. Работа с таким листом способствует осознанию учащимися структуры системы понятий, соотнесение объемов изученного и неизвестного по теме, уровня собственного продвижения и необходимость изучения дополнительной литературы. Примером учебного пособия с организацией самодиагностики с помощью такого листа является [57].

5. Включение в учебную деятельность «подготовительных» контрольных работ тренировочного характера, ориентирующих учащихся в уровне сложности, трудности заданий контрольного мероприятия.

6. Организация в конце изучения темы, в конце четверти, учебного года специального занятия, на котором учащиеся осуществляют рефлекссию и самооценку своего труда, организуемого с учетом индивидуальных образовательных программ.

Выделим требования к учебным заданиям, исходя из средств для осуществления самодиагностики.

Учебное задание должно включать в себя:

1. Серию дополнительных заданий:
 - 1) рассмотрите несколько путей решения и сделайте вывод о ...;
 - 2) перескажите изучаемый материал своими словами;
 - 3) составьте план изучения темы;
 - 4) составьте план устного ответа;
 - 5) сделайте проверку вычислений и преобразований;
 - 6) сделайте проверку полученных результатов по условию задачи;
 - 7) составьте и решите обратную задачу;
 - 8) составьте и решите аналогичную задачу;
 - 9) рассмотрите частные случаи решения задачи;
 - 10) установите связь между частями задания.
2. Образец решения:

- 1) проследите за решением и решите аналогично.
3. Правильные ответы.
4. Дополнительные вопросы.
5. Таблицы, в которых нужно заполнить пустые ячейки.
6. Тесты.
7. Ошибку в решении.
8. Критерии оценки.

На основе анализа литературы [59] также можно выделить основные *уровни сформированности самодиагностики*.

Первый уровень – отсутствие самодиагностики.

Совершаемые учеником действия и операции никак не контролируются, часто оказываются неправильными, допущенные ошибки не замечаются и не исправляются.

Второй уровень – диагностика на уровне непроизвольного внимания.

Контроль выполняется неустойчиво и неосознанно. В его основе лежит неосознаваемая или плохо осознаваемая учеником схема действия, зафиксированная его непроизвольной памятью за счет многократного выполнения одного и того же действия. Контроль же в форме целенаправленного специального действия в соотнесении выполняемого учеником процесса решения задачи с усвоенной им схемой действия отсутствует.

Третий уровень – потенциальная диагностика на уровне произвольного внимания.

При выполнении нового задания, ученик может допустить ошибку, но по просьбе учителя, способен, как правило, проверить свои действия, найти и исправить ошибку (т.е. делает анализ своего решения) и может при этом объяснить свои действия.

Четвертый уровень – актуальная диагностика на уровне произвольного внимания.

В процессе выполнения действия ученик ориентируется на хорошо усвоенную и осознанную им обобщенную схему действия и успешно соотносит с ней процесс решения задачи. В результате, действия выполняются, как правило, безошибочно. Обучающийся самостоятельно способен обнаружить и исправить допущенные ошибки. Примечательно, что случаи повторения одних и тех же ошибок крайне редки. Ученик может правильно объяснить свои действия.

Пятый уровень – потенциальная рефлексивная диагностика.

Столкнувшись с новой задачей, внешне похожей на решавшиеся ранее, ученик точно выполняет учебные действия в соответствии с прежней схемой, не замечая того, что эта схема оказывается неадекватной новым условиям. Обнаружить и затем исправить ошибки может с помощью учителя и, отвечая на его наводящие вопросы, может объяснить их источник – несоответствие примененного действия новым условиям задачи. Обычно после этого ученик пытается исправить свои действия, перестроить применяемый способ, тем не менее, чаще всего справиться с этим он может только с помощью учителя. Под руководством учителя может переходить к выделению принципов построения плана действий соответствующего типа, т.е. устанавливать соотношение между основаниями выбора и построения способов действия и их обобщенных схем в зависимости от изменения условий.

Шестой уровень – актуальная рефлексивная диагностика.

Ученик, работая над новой задачей, внешне похожей на решаемые ранее, может самостоятельно обнаруживать ошибки, возникающие из-за несоответствия применяемого им обобщенного способа действия (или схемы) новым условиям задачи, и в связи с этим самостоятельно вносить коррективы в применяемую схему действия за счет поиска и выявления еще более общих оснований действия, т.е. принципов его построения.

Таким образом, можно выделить у учащихся следующие *показатели сформированности самодиагностики*:

- 1) умение перед началом работы спланировать ее;

- 2) умение изменить состав действий в соответствии с изменившимися условиями деятельности;
- 3) умение осознанно чередовать развернутые и сокращенные формулы контроля;
- 4) умение переходить от работы с натуральным объемом к работе с его знаково-символическим изображением;
- 5) умение самостоятельно составлять системы проверочных заданий;
- 6) умение самостоятельно делать анализ своего решения;
- 7) умение самостоятельно осуществлять коррекцию.

При систематически проводимой специальной работы по формированию самодиагностики, уровень должен повышаться от первого к шестому.

Кроме того, для получения достоверных и полных результатов самодиагностики учащихся методика её организации должна соответствовать следующим *принципам* [5, с.21-23]:

Принцип объективности направлен на обеспечение максимальной объективности в процедуре получения учащимися индивидуальных результатов самодиагностики.

Принцип целостности рассматривается как комплексность и преемственность в применении средств обучения, в частности разноуровневых задач; выявление взаимозависимости и взаимообусловленности внутренних факторов индивидуального становления ученика с образовательной средой.

Принцип процессуальности предполагает раскрытие диагностируемых результатов изучения темы в динамике.

Принцип персонализации заключается не только в отслеживании индивидуальных возможностей и способностей ученика, но и индивидуально выбранных им путей изучения темы.

Принцип компетентности предполагает выполнение заданий, предусматривающих принятия решений, как в предметной области знаний, так и в профессиональной сфере.

Заметим, что каждый структурный элемент курса математики содержит задания для самодиагностики, что позволило сформулировать следующие *этапы самодиагностики*:

1. Самодиагностика на основе сопутствующего повторения, направленная на актуализацию имеющегося опыта и знаний учащихся, которые будут востребованы при изучении нового материала.

2. Стартовая самодиагностика – самооценка индивидуальных возможностей и способностей учащихся перед изучением каждого раздела курса математики на основе критериев обученности [52, с.72-73]:

1) различие (распознавание): характеризует низшую степень обученности. Учащийся отличает данный объект, процесс или явление только тогда, когда они предъявлены ему в готовом виде, не может ничего объяснить;

2) запоминание: ученик воспроизводит материал, однако затрудняется что-либо пояснить, отвечает на вопросы только репродуктивного характера;

3) понимание: характеризует способность к нахождению существенных признаков данных предметов и явлений, вычленение их из несущественного на основе анализа и синтеза. Ученик способен не только воспроизвести материал, но и объяснить его, привести собственные примеры;

4) элементарные умения и навыки: один из важнейших показателей степени обученности. При этой степени обученности ученик способен применять полученные знания в стандартных ситуациях;

5) перенос: положительное влияние ранее усвоенного навыка на овладение новыми. Характеризует способность учеников к применению теоретических знаний в новых, нестандартных ситуациях, конструировать новые способы деятельности и находить оригинальные подходы к решению задач.

3. Самодиагностика уровня готовности к изучению конкретной темы.
4. Промежуточная самодиагностика.
5. Итоговая самодиагностика.

При разработке комплекса заданий будут составлены листы итоговой самодиагностики, так как она отражает результаты работы учителя, поэтому особенно важна для него.

Выводы по главе 1

В первой главе на основе анализа психолого-педагогической литературы по теме исследования, была раскрыта сущность понятий «деятельность», «учебная деятельность», «самостоятельная деятельность».

Рассмотрены различные виды самостоятельной работы обучающихся:

- **по дидактическим целям** (Б. П. Есипов): обучающие, тренировочные, закрепляющие, повторительные, развивающие, творческие, контролирующие;
- **по степени самостоятельности учащихся** (М. Н. Скаткин, П. И. Питкасисый): репродуктивный, реконструктивно-вариативные, эвристические, творческие, исследовательские;
- **по степени индивидуальности:** общеклассные (вариантные, дифференцированные), групповые, индивидуальные;
- **по форме выполнения:** устные, письменные, тестовые;
- **по месту выполнения:** классные, домашние.

Выделены основные приемы организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе обучения математике, а так же на разных этапах урока. К ним относятся самостоятельное изучение нового материала, самостоятельная формулировка теорем, определений, понятий, самостоятельное доказательство теорем и поиски различных способов их доказательства, подготовка сочинений, рефератов и докладов по математике, самостоятельные (проверочные) и контрольные работы, поиск рациональных способов решения задач, защита оригинальных решений, составление задач учащимися, решение нестандартных задач, рассмотрение софизмов, практические и лабораторные работы исследовательского характера, домашняя работа учащихся по усвоению теории и приемов решения учебных задач, самостоятельное применение усвоенных приемов учебной деятельности в других предметах естественно-математического цикла.

Рассмотрены различные приемы организации самоконтроля учащихся в процессе их самостоятельной деятельности, а так же шесть уровней

сформированности самодиагностики обучающихся. Готовое решение какой-либо математической задачи, содержащую ошибку; завершить решение задачи; задач для решения с неполными или избыточными данными; задачи, содержащие принципиальные пробелы; задания, неправильность полученного ответа которых выяснится только в результате проверки; оценка своей работы и работы товарища; прикидка результатов; повторное решение задачи другим способом, решение обратной задачи; проверка полученных результатов по условию задачи и многие другие.

Глава 2. Организация самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения планиметрии

2.1. Организация самостоятельной деятельности учащихся при решении планиметрических задач

Как говорилось ранее, планиметрия обладает особенностями, создающими благоприятные условия для приобщения учащихся к самостоятельной деятельности и развитию самостоятельности в процессе обучения.

Решение планиметрических задач является основным видом учебно-познавательной и самостоятельной деятельности учащихся, в которой у них формируются общие методы познания, приобретаются математические умения и навыки.

Планиметрические задачи призваны внести существенный вклад в усвоение учащимися системы планиметрических понятий, связей и отношений между ними, в развитие дедуктивного мышления и в приобретение навыков практических применений геометрии.

За время обучения в школе каждый ученик решает огромное количество задач, порядка нескольких десятков тысяч. В итоге школьники овладевают общим умением решения задач, но многие из них, встретившись с незнакомой задачей, теряются и не знают, как к ней подступиться. Это происходит потому, что одни учащиеся вникают в процесс решения задач, а другие не задумываются над этим и стараются как можно быстрее решить их. Эти учащиеся не анализируют решаемые задачи и не выделяют из решения общие приемы и способы.

Чтобы обучить учащихся самостоятельной деятельности при решении планиметрических задач, необходимо разобраться в том, что понимается под задачей и определить ее структуру.

Фридман Л.М. и Турецкий Е.Н. предлагают следующее определение:
"задача представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь и учитывая те условия, которые указаны в задаче".[63, с.6]

Процесс решения задачи можно разделить на *восемь этапов* [68, с.27]:

1. Анализ задачи.
2. Схематическая запись задачи.
3. Поиск способа решения.
4. Осуществление способа решения задачи.
5. Проверка решения задачи.
6. Исследование задачи.
7. Формулирование ответа задачи.
8. Анализ решения задачи.

Разберем более подробно каждый этап.

Приступая к решению планиметрической задачи, надо ее внимательно изучить. Формулировка задачи состоит из нескольких утверждений и требований. Утверждения называются условиями задачи.[63,с.7] Следовательно, первое, что нужно сделать при анализе задачи, – это расчленить формулировку задачи на условия и требования, выяснить характер задачи и ее вид. В задаче может встретиться несколько условий и требований, поэтому необходимо разбить все утверждения и требования задачи на элементарные. Не следует забывать, что анализ задачи всегда должен быть направлен на требования, то есть, вычленив из формулировки задачи ее условия, мы должны сопоставлять их требованиям.

Результаты предварительного анализа необходимо как-то зафиксировать. Достаточно наглядной и удобной формой записи результатов анализа является схематическая запись задачи.

Для схематической записи планиметрической задачи, полезно использовать чертеж той фигуры, которая рассматривается в задаче. При этом должны выполняться следующие *требования*:

1. Чертеж должен представлять собой схематический рисунок основного объекта задачи с обозначением всех элементов фигуры.

2. Чертеж должен соответствовать задаче.

3. При построении чертежа нет надобности соблюдать масштаб, однако, желательно выдерживать пропорции.

Кроме чертежа, для схематической записи планиметрических задач используется еще краткая запись всех условий и требований задачи. В этой краткой записи, пользуясь принятыми на чертеже обозначениями, записываются все характеристики и отношения, указанные в условиях задачи.

Анализ задачи и построение ее схематической записи необходимо главным образом для того, чтобы найти способ решения данной задачи. Поиск решения состоит в составлении на основе общего правила (формулы, тождества) или общего положения (определения, теоремы) программы – последовательности шагов решения задач данного вида. Само решение стандартной задачи состоит в применении этой общей программы к условиям данной задачи.

Следовательно, для того чтобы легко решать стандартные задачи, необходимо:

1. Помнить все изученные в курсе планиметрии общие правила (формулы, тождества) и общие положения (определения и теоремы).

2. Уметь разворачивать свернутые общие правила, формулы, тождества, а также определения и теоремы в программы – последовательности шагов решения задач соответствующих видов.

Этому умению нужно учиться на протяжении всего курса планиметрии.

Процесс решения любой нестандартной задачи состоит в последовательном применении *двух основных операций* [63, с.48]:

1. Сведение (путем преобразования или переформулирования) нестандартной задачи к другой, ей эквивалентной, но уже стандартной задаче.

2. Разбиение нестандартной задачи на несколько стандартных подзадач.

В зависимости от характера нестандартной задачи, мы используем либо одну из этих операций, либо обе. При решении более сложных задач эти операции приходится использовать многократно.

После того как решение осуществлено и изложено, необходимо убедиться, что оно правильное и удовлетворяет всем требованиям задачи. Для этого производят проверку решения.

При решении многих задач, кроме проверки, необходимо еще произвести исследование задачи, а именно установить, при каких условиях задача имеет решение и притом, сколько различных решений в каждом отдельном случае; при каких условиях задача вообще не имеет решения и так далее.

Убедившись в правильности решения, необходимо четко сформулировать ответ задачи.

Наконец, в учебных и познавательных целях полезно также произвести анализ выполненного решения, в частности установить, нет ли другого, более рационального способа решения, нельзя ли задачу обобщить, какие выводы можно сделать из этого решения. В обязанность учителя, прежде всего, входит обучение школьников правильной организации процесса решения, в частности, должной последовательности действий.

Успех обучения учащихся решению задач во многом зависит от конкретных методических приемов, которые выбирает преподаватель для анализа задачи. Эти приемы должны быть направлены на достижение двух *целей*:

1) организация деятельности учащихся по исследованию зависимостей между данными задачи (анализ);

2) формирование умений, связанных с самостоятельным получением логических выводов.

На этапе обучения учащихся анализу условия задачи эффективно использовать *следующие шаги*:

- перечислить все объекты, о которых говорится в условии задачи;
- раскрыть математический смысл каждого объекта, используя его определение или достаточные признаки;
- сделать выводы из полученной информации, то есть установить связь между данными объектами и искомыми.

При таком подходе работает аналитико-синтетический метод рассуждений. Известно, что синтез позволяет четко и логично изложить уже найденное решение. Однако для ученика, который воспринимает готовое решение, остается неясным, почему был выбран именно такой путь достижения цели. Анализ же в первую очередь направлен на поиск решения и открывает ученику пути подхода к решению задачи.

Аналитико-синтетический поиск решения проводится с помощью системы вопросов под руководством учителя при участии всего класса. Следует помнить, что без целенаправленной, систематической работы учителя, сами собой аналитико-синтетические навыки не сформируются. Если же учитель постоянно задает детям подобные вопросы, они выливаются в некоторую схему рассуждений, то, в конце концов, учащиеся становятся способны задавать их себе сами и не начинают решение, не проведя анализа задачи. В результате учащиеся успешнее справляются с задачами, которые требуют сообразительности и догадки, спокойнее воспринимают неожиданные для них задачи, проявляют умение выбрать наиболее короткий и оригинальный путь решения.

Таким образом, используя анализ, получаем возможность построить систему вспомогательных задач, помогающую добиться оптимальной напряженности процесса решения, необходимой для развития мышления учащихся. При такой организации решения перед учащимися раскрывается

структура задачи, ибо "природу сложного легче познать, видя его постепенное возникновение из простого, чем рассматривая его как совершенно готовое".[13, с.29]

Если учитель будет достаточно времени уделять каждому этапу работы над задачей, то это положительно повлияет на учебный процесс: дети станут активнее работать на уроке и дома, перестанут бояться новых незнакомых задач, поверят в свои силы, смогут самостоятельно осуществлять поиск решения задачи, активно будут справляться не только с планиметрическими задачами, но и с любыми проблемными ситуациями.

Решение планиметрической задачи – это небольшая научно-исследовательская работа. Необходимо при решении задачи почувствовать себя в роли ученого; изобретать новые решения и новые задачи, овладевая умением работать творчески; стараться подойти к задаче и ее решению с разных сторон.

Решение задач играет основную роль в развитии мышления и формировании навыков самостоятельной деятельности. Именно умение решать задачи наиболее полно характеризует уровень усвоения знаний, показывает, как ученики могут практически применять имеющиеся навыки.

На наш взгляд, целенаправленное обучение решению задач, выявление некоторых особенностей поисковой деятельности, связанной с решением незнакомой, нестандартной задачи, способно принести немалую пользу школьнику, активизировать самостоятельную деятельность, укрепить его интерес к изучению планиметрии и математики в общем.

Решение задач по планиметрии имеет большое общеобразовательное и воспитательное значение. Поиск решения нестандартной задачи развивает интуицию, настойчивость и сообразительность. Если к тому же задачи достаточно разнообразны, то их решение является прекрасным средством развития логического мышления, строгости суждений и математического вкуса.

2.2. Методические рекомендации для решения задач по теме «Окружность»

Для планиметрических задач не существует никаких алгоритмов решения, но все же можно сформулировать *ряд рекомендаций*, позволяющих значительно облегчить поиск их решения и организовать самостоятельную деятельность учащихся.

При решении геометрических задач обычно используются три основных метода:

- геометрический – когда требуемое утверждение выводится с помощью логических рассуждений из ряда известных теорем;
- алгебраический – когда искомая геометрическая величина вычисляется на основании различных зависимостей между элементами геометрических фигур непосредственно или с помощью уравнений;
- комбинированный – когда на одних этапах решение ведется геометрическим методом, а на других – алгебраическим. [36, с.279]

Рассмотрим методические рекомендации для решения задач по планиметрии.

Замечание 1. При решении геометрических задач, и планиметрических в частности, часто приходится делать дополнительные построения [36, с.284].

Задача № 660.[2,с.174] Через точку, лежащую вне окружности, проведены две секущие, образующие угол в 32° . Большая дуга окружности, заключенная между сторонами этого угла, равна 100. Найдите меньшую дугу.

Дополнение рисунка к задаче вписанным углом приводит к ее быстрому решению.

Замечание 2. Основным методом составления уравнений в геометрических задачах является *метод опорного элемента*, который заключается в следующем: один и тот же элемент (сторона, угол, площадь,

радиус и т.д.) выражается через известные и неизвестные величины двумя разными способами и полученные выражения приравняются.

Задача. Полуокружность касается сторон AC и BC треугольника ABC в точках D и E соответственно и имеет центр на стороне AB . Найти радиус этой полуокружности, если $BC=13\text{см}$, $AB=14\text{см}$, $AC=15\text{см}$ (рис.1).

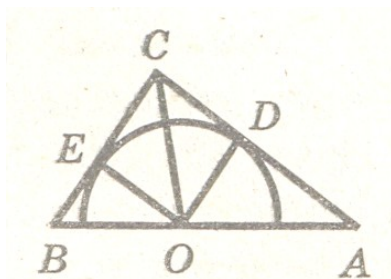


Рисунок 1

Решение. Проведем радиусы OD и OE в точки касания; введем обозначения: $OD=OE=r$. Так как $OD \perp AC$, то $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} AC \cdot OD = \frac{15}{2} r$. Так как

$OE \perp BC$, то $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BC \cdot OE = \frac{13}{2} r$. Наконец, так как $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC}$, то $S_{\triangle ABC} =$

$\frac{15}{2} r + \frac{13}{2} r = 14r$. Сейчас воспользуемся методом опорного элемента.

Площадь того же $\triangle ABC$ можно найти еще одним способом – по формуле

Герона. Имеем: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21(\text{см})$. Следовательно,

$$S = \sqrt{21 \cdot (21 - 15)(21 - 14)(21 - 13)} = 84(\text{см}^2).$$

Приравняв два полученных выражения для площади $\triangle ABC$, придем к уравнению $14r = 84$, откуда $r=6$.

Ответ: $r = 6\text{см}$.

Замечание 3. Надо научить школьников решению «базисных» задач, т.е. тех, которые входят как составные элементы во многие другие задачи. Таковыми являются, например, задачи об отыскании радиусов вписанной и описанной окружностей и др.

Задача.

Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 5. Найти:

а) радиусы вписанной окружности;

б) радиусы описанной окружности;

Решение (рис.2):

1. По теореме Пифагора $AB = \sqrt{12^2 + 5^2}$

2. O – центр описанной окружности, $AO = OB, R = \frac{13}{2}$

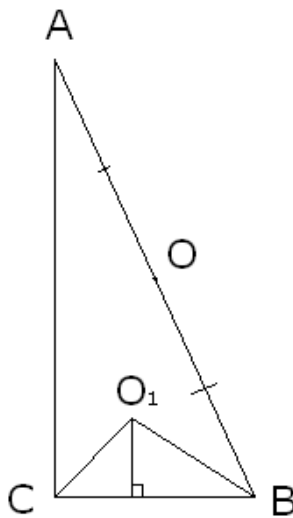


Рисунок 2

3. $S_{\Delta} = \frac{1}{2} p \cdot r;$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b.$$

Значит, $p \cdot r = a \cdot b;$

$$\frac{12+13+5}{2} \cdot r = 12 \cdot 5;$$

$$r = 4.$$

Ответ: 4; 6,5.

Задача. Катеты прямоугольного треугольника CAB равны a и b , гипотенуза – c . Вычислить радиус r вписанной окружности (рис.3).

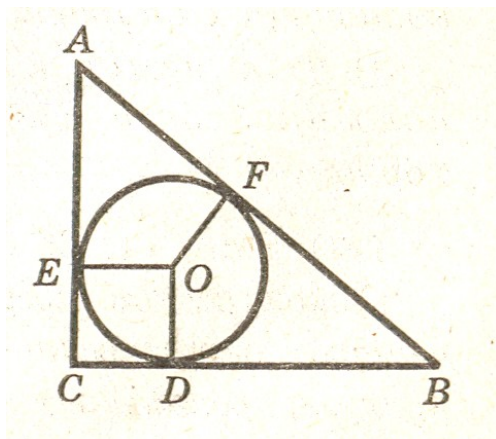


Рисунок 3

Решение. Из центра O вписанной окружности проведем радиусы в точки ее касания со сторонами треугольника; учитывая, что они перпендикулярны соответствующим сторонам (Теорема. Свойства касательных к окружности.), и, воспользовавшись затем теоремой об отрезках двух касательных, отметим пары равных отрезков: $CD=CE$, $AE=AF$, $BD=BF$.

Так как $EODC$ – квадрат (углы E, D, C – прямые и $EC=CD$), то $OE=OD=CD=CE=r$. Тогда $BD=a-r$, $AF=AE=b-r$.

Так как $AB=AF+FB$, то $c=(b-r)+(a-r)$, откуда $r=\frac{a+b-c}{2}$.

«Если в задаче речь идет об окружности, вписанной в треугольник (или четырехугольник), то практически всегда целесообразно провести радиусы в точки касания окружности со сторонами, учитывая, что радиусы будут перпендикулярны соответствующим сторонам, и тут же отметить на чертеже пары равных отрезков.»[36, с.296]

Замечание 4. Обратим внимание на формулу $r=\frac{a+b-c}{2}$ для вычисления радиуса окружности, вписанной в прямоугольный (только в прямоугольный!) треугольник. Она довольно проста, ее легко запомнить.

Для непрямоугольного треугольника обычно используют формулу $r=\frac{S}{p}$, где S – площадь, p – полупериметр треугольника.

Что касается радиуса R описанной около треугольника окружности, то для прямоугольного треугольника $R = \frac{c}{2}$ (гипотенуза является диаметром описанной около прямоугольного треугольника окружности), для непрямоугольного треугольника обычно используют формулу $R = \frac{a}{2 \sin A}$ или $R = \frac{abc}{4S}$. [36, с.296]

Задача. Из вершины A треугольника ABC проведены биссектрисы его внутреннего и внешнего углов, пересекающие сторону BC и ее продолжение в точках D и E соответственно. Найти радиус окружности, описанной около $\triangle ADE$, если известно, что $BC = a$ и $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$ (рис.4).

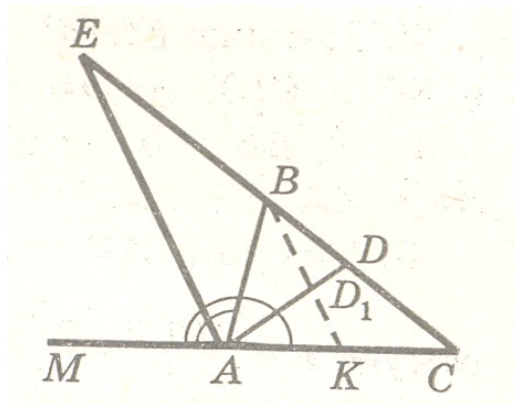


Рисунок 4

Решение. Имеем последовательно:

$$\angle MAB + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$2\angle EAB + 2\angle BAD = 180^\circ,$$

$$\angle EAB + \angle BAD = 90^\circ.$$

Значит, $\triangle EAD$ прямоугольный, а потому радиус описанной около него окружности равен половине гипотенузы DE . Таким образом, задача сводится к нахождению длины отрезка DE .

Применим к $\triangle ABC$ теорему о биссектрисе внутреннего угла. Согласно

ей, $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$, т.е. $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{3}$. Но $BC = a$, значит, $BD = \frac{2}{5}a$, $CD = \frac{3}{5}a$.

Интересующий нас отрезок DE есть сумма отрезков BD и BE , значит, нам осталось только найти длину отрезка BE .

Проведем отрезок BK параллельно AE и рассмотрим $\triangle ABK$. У него, с одной стороны, AD_1 - биссектриса (по условию). С другой стороны, как мы доказали выше, $AE \perp AD$, значит, $BK \perp AD$, т.е. AD_1 - высота. Таким образом, AD_1 - и высота, и биссектриса $\triangle ABK$, а это значит, что этот треугольник равнобедренный: $AB=AK$.

По условию $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$, т.е. $\frac{AK}{KC} = \frac{2}{1}$. Еще раз воспользуемся тем, что BK параллельна AE . Тогда по теореме Фалеса имеем: $\frac{BE}{BC} = \frac{AK}{KC}$, т.е. $\frac{BE}{a} = \frac{2}{1}$, откуда находим: $BE=2a$.

Подводим итоги: $R = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} (BE + BD) = \frac{1}{2} (2a + \frac{2}{5} a) = \frac{6}{5} a$.

Ответ: $R = \frac{6}{5} a$.

Замечание 5. Если в задаче требуется найти отношение каких-либо величин, то, как правило, задача решается *методом вспомогательного параметра*. Это значит, что мы в начале решения задачи объявляем какую-либо линейную величину известной, обозначив ее, например, буквой a , затем выражаем через a те величины, отношение которых требуется найти. Когда составляется искомое отношение, вспомогательный параметр a сокращается.

Задача № 690[2, с.185] Найдите основание равнобедренного треугольника, если центр вписанной в него окружности делит высоту, проведенную к основанию, в отношении 12:5, считая от вершины, а боковая сторона равна 60 см (рис.5).

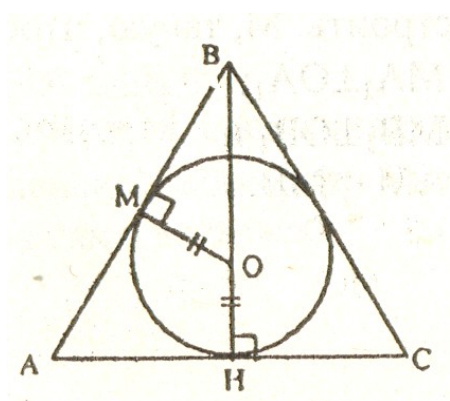


Рисунок 5

Решение. В $\triangle ABH$ и $\triangle OBM$: $\angle B$ – общий, $\angle M = \angle H = 90^\circ$, т.е. $\triangle ABH \sim \triangle OBM$ (по двум углам), значит, $\frac{BH}{BM} = \frac{AH}{OM} = \frac{AB}{OB}$. Пусть x – длина одной части. Это и есть вспомогательный параметр. Тогда $BO = 12x$, $OM = 5x$, следовательно, $\frac{60}{12x} = \frac{AH}{5x}$; $AH = \frac{60 \cdot 5x}{12x}$; $AH = 25 \text{ см}$. Отсюда, $AC = 2AH = 50 \text{ см}$.

Ответ: 50 см.

Замечание 6. Приведем еще два добавления о полезных дополнительных построениях: 1) если две окружности касаются (внутренним или внешним образом), то обязательно нужно провести линию центров, т.е. прямую, проходящую через центры касающихся окружностей, и учесть при этом, что точка касания лежит на линии центров; 2) иногда полезно (в качестве дополнительных построений) сделать так называемый «выносной» чертеж, т.е. фрагмент имеющегося достаточно сложного чертежа вынести отдельно для специального изучения.

Задача. На гипотенузе прямоугольного треугольника САВ с катетами, равными 21 и 28 см, как на стороне построен квадрат (треугольник и квадрат лежат по разные стороны от гипотенузы), центр которого соединен отрезком прямой с вершиной прямого угла треугольника. Найти длины отрезков, на которые указанной прямой делится гипотенуза треугольника (рис.6.).

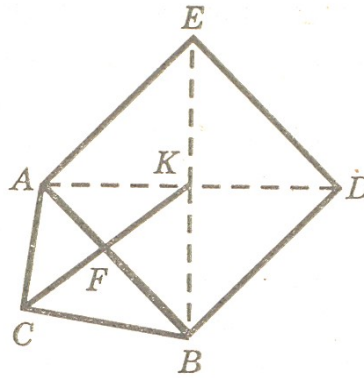


Рисунок 6

Решение. При решении данной задачи полезен «выносной» чертеж (рис. 7). Рассмотрим четырехугольник $CAKB$. У него $\angle ACB = \angle AKB = 90^\circ$ (диагонали квадрата взаимно перпендикулярны), т.е. $\angle ACB + \angle AKB = 180^\circ$. Значит, около четырехугольника $CAKB$ можно описать окружность, что мы и сделаем.

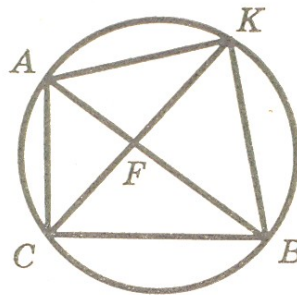


Рисунок 7

Так как $AK = KB$, то $\cup AK = \cup KB$, а тогда и вписанные углы, опирающиеся на эти дуги, равны, т.е. $\angle ACK = \angle KCB$. Но это значит, что CF – биссектриса

$\angle ACB$. В соответствии с теоремой о биссектрисе имеем $\frac{AF}{FB} = \frac{AC}{CB}$. По

условию $AC = 21\text{ см}$, $CB = 28\text{ см}$, тогда $AB = 35\text{ см}$ (по теореме Пифагора),

$AF = x$, $BF = 35 - x$. Значит, $\frac{x}{35 - x} = \frac{21}{28}$, откуда $x = 15$.

Ответ: $AF = 15\text{ см}$; $BF = 20\text{ см}$.

Замечание 7. Довольно часто оказывается полезным провести вспомогательную окружность, что позволяет обнаружить такие

соотношения (особенно касающиеся углов), которые без окружности найти довольно трудно. Пример решения такой задачи.

Задача. Доказать, что если высота и медиана, проведенные из одной вершины неравнобедренного треугольника, лежат внутри треугольника и образуют с его боковыми сторонами равные углы, то этот треугольник прямоугольный (рис.8.).

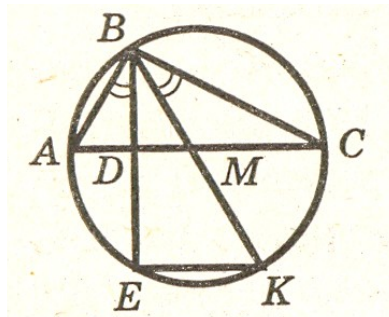
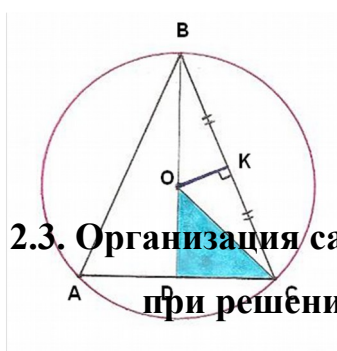


Рисунок 8

Решение. Опишем около $\triangle ABC$ окружность и продолжим высоту BD и медиану BM до пересечения с окружностью в точках E и K соответственно. Так как $\angle ABE = \angle KBC$, то $\cup AE = \cup KC$, а поэтому хорды AC и EK , между которыми лежат равные дуги AE и KC , параллельны. Но $\angle BDM = 90^\circ$, значит, и $\angle BEK = 90^\circ$, а тогда BK – диаметр окружности.

Центр описанной около $\triangle ABC$ окружности лежит на диаметре BK . Диаметр делит хорду пополам, если перпендикулярен ей. BK делит AC пополам (по условию задачи), пересекаясь при этом с EK (а $EK \perp AC$). Значит, BK делить пополам может только другой диаметр. Следовательно, $\angle ABC = 90^\circ$.

Что и требовалось доказать.



2.3. Организация самостоятельной деятельности обучающихся при решении задач по теме «Окружность»

Проиллюстрируем организацию самостоятельной деятельности обучающихся при решении планиметрических задач, рассмотрев процесс решения задачи по теме «Вписанная и описанная окружности», 8 класс.

Задача: *Найдите радиус R окружности, описанной около равнобедренного треугольника с основанием 10 см и боковой стороной 13 см.*

Рисунок 9

1) Вопросы и советы для усвоения содержания задачи
(1-й этап – анализ условия).

Учитель предлагает учащимся самостоятельно определить, какие теоремы, факты, формулы необходимо знать для успешной работы над

данной задачей. Задаёт при необходимости наводящие вопросы:

- какой треугольник называют равнобедренным?
- какими свойствами обладает равнобедренный треугольник?
- где находится центр описанной окружности?
- что является радиусом описанной окружности?
- вспомните формулы нахождения площади треугольника (также через радиус описанной окружности).

Дает задание самостоятельно сформулировать вывод о расположении центра окружности (на высоте, проведенной к основанию треугольника).

Предлагает ученику на оборотной стороне доски выполнить чертеж к задаче, остальные обучающиеся выполняют чертеж самостоятельно в тетрадях, не вводя буквенные обозначения. Обучающиеся анализируют правильность выполнения чертежа и, введя единые для всех обозначения, выделяют в задаче данные и искомые. Выясняют, не содержит ли задача избыточных или противоречивых данных; достаточно ли их для решения задачи.

2) Составление плана решения задачи на нахождение радиуса описанной окружности (2-й этап – поиск пути решения).

Составление плана решения задачи является важным шагом на пути ее решения. Правильно составленный план решения задачи почти гарантирует правильное ее решение. Но составление плана может оказаться сложным и длительным процессом. Поэтому необходимо предлагать ученику ненавязчивые вопросы, советы, помогающие ему лучше и быстрее составить план решения задачи, "открыть" идею ее решения:

- подумайте, известна ли вам задача, к которой можно свести решаемую?
- определите по чертежу, из каких треугольников можно выразить R (из треугольника BNC , как часть высоты и треугольника ONC);
- какая теорема при этом используется?
- можно ли вычислить высоту равнобедренного треугольника (12 см)?
- что мешает осуществить данное решение? (неизвестно ON)

Рекомендация: ввести вспомогательный параметр, обозначив ОН через x .

Выразим x через R двумя способами ($x = 12 - R$, $\delta = \sqrt{R^2 - 5^2}$). Осталось найти R , приравняв правые части и решив иррациональное уравнение. Задача решается, таким образом, алгебраическим методом.

Предложить учащимся самостоятельно записать шаги анализа задачи и путем попытаться составить план решения задачи.

3) Реализация плана решения задачи (3-й этап – непосредственно решение).

Рекомендация: проверяйте каждый свой шаг, убеждайтесь, что он совершен правильно. Нужно доказывать правильность каждого шага ссылками на соответствующие, известные ранее математические факты, предложения.

Обратить внимание учащихся на необходимость выбора такого способа оформления решения, чтобы зафиксировать решение в краткой и ясной форме.

В случае затруднений на данном этапе, продолжать коллективное обсуждение решения, пригласить одного из учащихся записывать решение задачи на доске ($R = 169/24$).

4) Анализ и проверка правильности решения задачи (4-й этап – проверка и исследование задачи).

Получение результата не означает еще, что задача решена правильно и при этом выбран наиболее рациональный способ решения.

- Как можно проверить правильность полученного ответа? (прикидкой полученного результата, проверяя правильность хода решения, решая задачу другим способом). Подвести учащихся к решению задачи алгебраическим методом с помощью введения вспомогательного параметра, но используя формулы площади треугольника ($S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \Rightarrow R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$).

Учащиеся самостоятельно вычисляют площадь равнобедренного треугольника ($S = 60 \sqrt{3}$). Далее используется тот же прием, что и при

решении задачи предыдущим способом. Совпадение ответов подтверждает правильность решения задачи.

И, наконец, целесообразно провести с учащимися анализ способов решения данной задачи, обсудить их достоинства и недостатки, выбрать более рациональный. Предложить дома найти решение данной задачи еще одним из способов.

В процессе разработки комплекса заданий учитывала приемы организации самостоятельной деятельности (рассмотрены в главе 1.2) и виды самостоятельной деятельности (глава 1.3) и ориентировалась на требования Программы по геометрии для 7 - 9 классов.

1. Воспроизводящие самостоятельные работы.

Цель: формировать умения и навыки самостоятельной деятельности, определяя область ответа вариантами выбора, или предлагать подобные несложные задания. Подумав, ученик должен выбрать и воспроизвести правильный ответ. Задания дифференцируются по степени сложности, соблюдая принцип личностно-ориентированного обучения.

1) Самостоятельная работа с выбором ответа по теме «Вписанная и описанная окружности». 8кл.

I уровень

1. Центр вписанной в треугольник окружности совпадает с точкой пересечения его ...

- 1) медиан;
- 2) биссектрис;
- 3) серединных перпендикуляров.

2. Центр описанной около треугольника окружности равноудален...

- 1) от сторон треугольника;

2) от середин сторон треугольника;

3) от вершин треугольника.

3. Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения его медиан. Этот треугольник...

1) прямоугольный;

2) равнобедренный;

3) равносторонний.

4. Окружность называется вписанной в многоугольник, если...

1) все его стороны касаются окружности;

2) все его вершины лежат на окружности;

3) все его стороны имеют общие точки с окружностью.

5. Радиус вписанной в многоугольник окружности равен расстоянию от центра окружности...

1) до сторон многоугольника;

2) до вершин многоугольника;

3) до середин сторон многоугольника.

6. Около четырехугольника можно описать окружность, если...

1) суммы смежных углов равны 180° ;

2) суммы противоположных сторон равны;

3) суммы противоположных углов равны.

II уровень

1. Радиус описанной около равностороннего треугольника окружности равен...

1) $\frac{1}{2}$ высоты треугольника;

2) $\frac{2}{3}$ высоты треугольника;

3) $\frac{1}{3}$ высоты треугольника.

2. Около параллелограмма описана окружность. Этот параллелограмм не может быть... 1) ромбом;

2) прямоугольником;

3) квадратом.

3. В четырехугольник со сторонами a, b, c, d вписана окружность радиуса r . Тогда площадь четырехугольника равна...

1) $S = (a + b + c + d)r$;

2) $S = \frac{2r}{a + b + c + d}$;

3) $S = 0,5(a + b + c + d)r$.

4. В прямоугольник вписана окружность. Этот прямоугольник - ...

1) ромб;

2) прямоугольник;

3) квадрат.

5. Вокруг трапеции описана окружность. Один из углов трапеции равен 40° . Остальные углы трапеции равны...

1) $40^\circ, 140^\circ, 140^\circ$;

2) $140^\circ, 90^\circ, 90^\circ$;

3) $100^\circ, 100^\circ, 120^\circ$.

III уровень

1. Периметр описанного четырехугольника равен 10 см. Сумма двух противоположных сторон этого четырехугольника равна...

1) 5 см; 2) 10 см; 3) 6 см.

2. В трапецию вписана окружность. Боковые стороны трапеции равны 5 см и 7 см. Средняя линия трапеции равна...

1) 5 см; 2) 7 см; 3) 6 см.

3. Катеты прямоугольного треугольника равны 3 см и 4 см. Радиус вписанной в этот треугольник окружности равен...

1) 2 см; 2) 1 см; 3) 3 см.

4. Стороны треугольника 10 см, 10 см, 12 см. Радиус вписанной в этот треугольник окружности равен...

1) 2 см; 2) 3 см; 3) 4 см.

Ответы:

№ задания	1 задание	2 задание	3 задание	4 задание	5 задание	6 задание
1 уровень	2	3	3	1	1	3
2 уровень	2	1	3	3	1	-
3 уровень	1	3	2	2	-	-

2) *Самостоятельная работа с выбором ответа по теме «Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей». 8 кл.*

1 уровень

1. R – радиус окружности, m – расстояние от центра окружности до прямой. Прямая не пересекает окружность, если...

1) $R=m$; 2) $R>m$; 3) $R<m$.

2. Укажите верное утверждение:

- 1) секущей называется прямая, имеющая с окружностью общую точку;
- 2) касательной называется прямая, имеющая с окружностью общую точку;
- 3) касательной называется прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку.

3. Укажите неверное утверждение:

- 1) касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания;
- 2) радиус перпендикулярен касательной окружности;
- 3) радиус перпендикулярен касательной окружности, проведенной через конец радиуса, лежащего на окружности.

4. MA и MB – касательные. $MO=2\text{ см}$, $\angle AMO=45^\circ$ (рис. 9). Расстояние между точками A и B равно... 1) 1 см ; 2) $\sqrt{2}\text{ см}$; 3) 2 см .

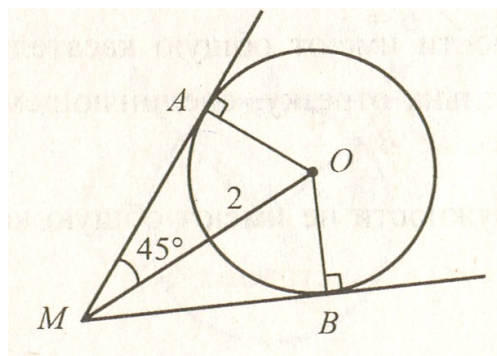


Рисунок 9

5. Расстояние между центрами двух окружностей 9 см . Окружности пересекаются в двух точках, если их радиусы равны...

- 1) $6,4\text{ см}$ и $4,6\text{ см}$;
- 2) $4,5\text{ см}$ и $4,5\text{ см}$;
- 3) $1,8\text{ см}$ и $6,2\text{ см}$.

6. Окружности касаются внешним образом. Их радиусы 6 см и 18 см . Тогда расстояние между центрами окружностей равно...

- 1) 3 см ; 2) 12 см ; 3) 24 см .

II уровень

1. AB и AC – касательные. (B и C – точки касания.) $AO \cap BC = K$, $AK = KO$ (рис.10). Тогда $\angle BAC$...

- 1) острый; 2) прямой; 3) тупой.

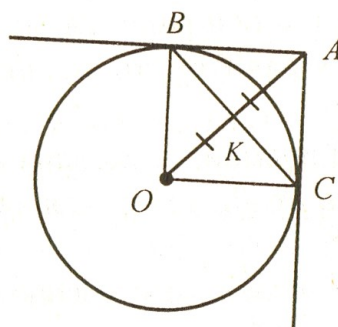


Рисунок 10

2. Какое высказывание верное?

- 1) Две окружности имеют одну общую касательную.

2) Если две равные окружности имеют общую касательную, то она обязательно параллельна отрезку, соединяющему их центры.

3) Две concentric окружности не имеют общую касательную.

3. $OABC$ – квадрат, сторона которого равна 6 см . Окружность с центром в точке O и радиусом 5 см (рис.11). Тогда прямая AC ...

- 1) не имеет с окружностью общих точек;
- 2) имеет одну общую точку;
- 3) имеет две общие точки.

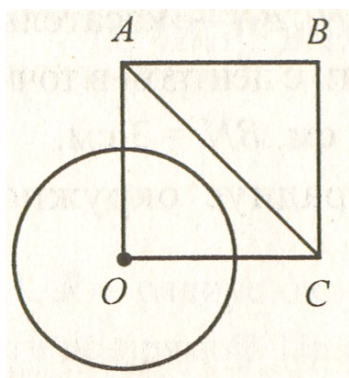


Рисунок 11

4. AB – касательная к окружности с центром в точке O . $AB = \sqrt{3}\text{ см}$, $\angle AOB = 30^\circ$ (рис.12). Тогда радиус окружности равен...

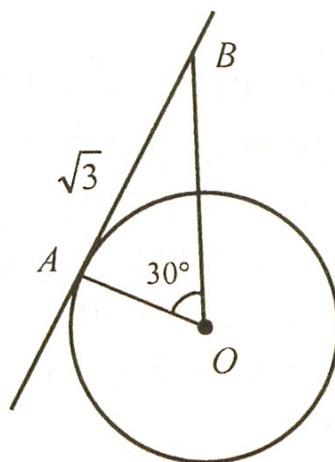


Рисунок 12

- 1) 4 см ;
- 2) 3 см ;
- 3) 2 см .

5. AC – касательная к окружности с центром в точке O . Хорда AB равна радиусу OA (рис.13). Тогда $\angle BAC = \dots$

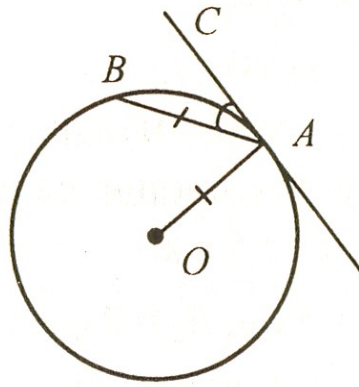


Рисунок 13

- 1) 40° ; 2) 50° ; 3) 30° .

III уровень

1. MN – касательная к окружности с центром в точке O . $OM = ON = 2\sqrt{2}$ см, $\angle MON = 90^\circ$ (рис.14). Тогда радиус окружности равен...

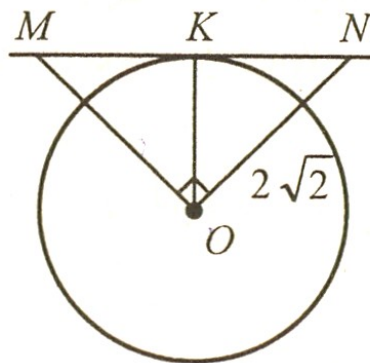


Рисунок 14

- 1) 2 см; 2) 3 см; 3) 1,5 см.

2. AM , MN , BN – касательные к окружности с центром в точке O . $AM = 1$ см, $BN = 3$ см (рис.15). Тогда радиус окружности равен...

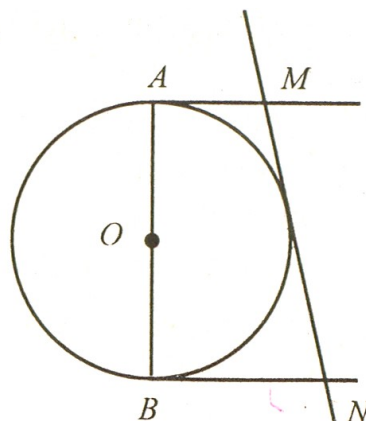


Рисунок 15

- 1) $\sqrt{3}$ см; 2) 2 см; 3) 2,5 см.

3. Каждая сторона равнобедренной трапеции $ABCD$ является касательной к окружности с центром в точке O и радиусом 5 см. $\angle BAD = 30^\circ$ (рис.16). Тогда длина боковой стороны равна...

- 1) 18 см; 2) 19 см; 3) 20 см.

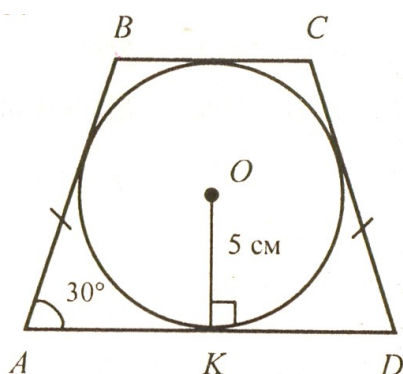


Рисунок 16

4. Расстояние между центрами двух пересекающихся окружностей равно 5 см. $R_1 = 5$ см, $R_2 = 2\sqrt{5}$ см (рис.17). Тогда длина общей хорды AB равна... 1) 7 см; 2) 8 см; 3) 9 см.

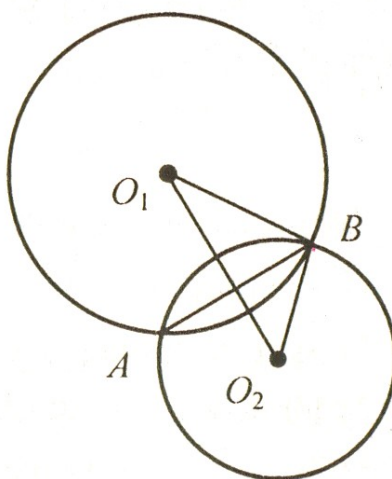


Рисунок 17

Ответы

№ задания	1 задание	2 задание	3 задание	4 задание	5 задание	6 задание
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

1уровень	3	3	2	3	1	3
2уровень	2	3	3	2	3	-
3уровень	1	1	3	2	-	-

3) Диктант с последующим самоанализом. (8кл). Это одно из упражнений формирования самоконтроля. Тема «Окружность. Вписанные и описанные углы».

Выполняется в конце урока в течение 5-7 мин. Определяет итоговую оценку за урок.

Задание. Записать в столбик концовки предложений, которые читает учитель (или ответы на вопросы). Затем на доске открываются правильные ответы. Каждый ученик оценивает себя сам по количеству верных записей.

I уровень

1. Угол, вершина которого лежит на окружности, называется...
(вписанным).
2. Угол с вершиной в центре окружности называется...(центральный).
3. Наибольшая из хорд окружности называется...(диаметром).
4. Мера дуги равна мере...(центрального угла).
5. Величина вписанного угла равна...(половине дуги, на которую он опирается).

II уровень

1. Верно ли, что длина окружности больше ее утроенного диаметра? (Да, $C = 2\pi R$; $2 \cdot 3,14 \cdot R = 6,28$; $3D = 6R$; $C > 3D$.)
2. Если стороны многоугольника являются хордами окружности, то многоугольник называется ...(вписанным в окружность) .
3. Если стороны многоугольника являются касательными к окружности, то окружность называется ...(вписанной в многоугольник).
4. Вписанный и центральный угол опираются на одну дугу, тогда их величины относятся как...(1:2).
5. Как связаны вписанный прямоугольный треугольник и радиус описанной около него окружности? (гипотенуза равна диаметру окружности).

2. Реконструктивно-вариативные самостоятельные работы.

Цель. На основе данной учителем общей идеи и полученных ранее знаний самостоятельно найти конкретные способы решения задач, исходя из данных условий заданий. Такие работы учат школьников анализировать факты, формируют приемы и методы познавательной деятельности, приводят к осмысленному переносу знаний в типовые ситуации, создают условия для развития мыслительной активности школьников и являются основанием для дальнейшей творческой деятельности ученика. Рекомендации учителя могут быть индивидуальными для каждого учащегося.

1) Самостоятельная работа по теме «Касательная к окружности» . 8кл.

Задание: к первой задаче из самостоятельной работы записать краткое решение (можно на рисунке); ко второй задаче – полное решение.

I уровень

1. Прямая KE касается окружности с центром в точке O , K – точка касания. Найдите OE , если $KE = 8\text{ см}$, а радиус окружности равен 6 см .

2. В треугольнике ABC $AB = 4\text{ см}$, $BC = 3\text{ см}$, $AC = 5\text{ см}$. Докажите, что AB – отрезок касательной, проведенной из точки A к окружности с центром в точке C и радиусом, равным 3 см .

II уровень

1. MN и NK – отрезки касательных, проведенных к окружности с центром O , $\angle MNK = 90^\circ$.

Найдите радиус окружности, если $ON = 2\sqrt{2}\text{ см}$.

2. Докажите, что стороны равностороннего треугольника касаются окружностей, проведенных с центрами в его вершинах и радиусами, равными любой из его биссектрис.

III уровень

1. EK и EF – отрезки касательных, проведенных к окружности с центром O и радиусом, равным 6 см , $\angle KOF = 120^\circ$, A – точка пересечения KF и OE . Найдите OA и AE .

2. Даны угол и отрезок. Постройте окружность радиусом, равным данному отрезку, касающуюся сторон данного угла.

Ответы и указания к задачам самостоятельной работы

I уровень

1. $OE=10\text{ см.}$

2. *Указание:* $\triangle ABC$ – прямоугольный, $AC^2=AB^2 + BC^2$.

II уровень

1. 2 см.

2. *Указание:* любая биссектриса равностороннего треугольника является его высотой.

III уровень

1. $OA=3\text{ см, } AE=9\text{ см.}$

2. *Указание:* проведи прямые, параллельные сторонам данного угла и удаленные от них на расстояние, равное данному отрезку во внутренней области данного угла. Точка пересечения этих прямых есть центр искомой окружности.

2) Творческое домашнее задание по теме «Вписанные углы» 8кл.
Задача на вычисление суммы углов пятиконечной звезды, вписанной в окружность(рис.18). Указание: ученики второго и третьего уровней при решении должны использовать теорему о внешнем угле треугольника.

I способ: Когда вершины пятиугольной звезды делят окружность на равные дуги, задача решается очень просто: $360^\circ : 5 : 2 \cdot 5 = 180^\circ$.



Рисунок 18

II способ: Угол AMR – внешний угол треугольника MCE , поэтому $\angle AMR = \angle C + \angle E$. Угол ARM – внешний угол треугольника BRD , поэтому $\angle ARM = \angle B + \angle D$. Тогда $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = \angle A + \angle AMR + \angle ARM = 180^\circ$.

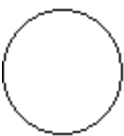
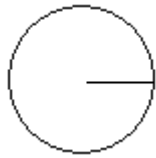
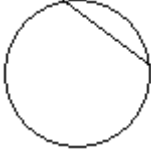
Отметим, что решение задач различными способами – это один из приемов формирования самоконтроля.

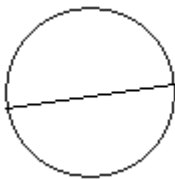
3. Эвристические самостоятельные работы.

Цель. Формировать умения и навыки за пределами известного образца. Как правило, ученик определяет сам пути решения задачи, так как знания, необходимые для решения, ученик уже имеет. Обобщение уже имеющихся знаний, перенос их в новые ситуации, упражнения в этом обеспечивает ученику выработку умений самостоятельно учиться.

- 1) Задание. Получив Лист №2, изучив таблицу, сформулируйте геометрические определения понятий, используя ключевые слова. Определения записать в тетрадь.

ЛИСТ №2

№	рисунок	Определяемое понятие	Используемые ключевые понятия
1		Окружность	Точки плоскости, одинаковое расстояние, точка - центр.
2		радиус	Точки окружности, центр окружности, отрезок.
3		Хорда	Отрезок, точки окружности.

4		Диаметр	Хорда окружности, центр окружности.
---	---	---------	-------------------------------------

2) Практическая работа. Лист №3.

Задание. Рассмотрите прямую m , точку M вне её и отрезок MK (рис.19).

Постройте в тетради три окружности с центром в точке M :

1. Радиус окружности $r < MK$.
2. Радиус окружности $r = MK$.
3. Радиус окружности $r > MK$.

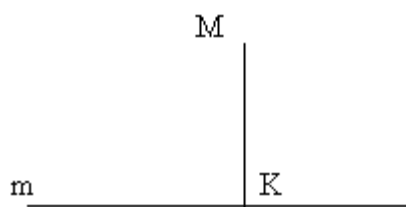


Рисунок 19

Дайте определение расстояния от точки до прямой: расстояние от точки до прямой – это _____

Сделайте вывод о взаимном расположении прямой и окружности, в зависимости от радиуса и расстояния от центра до прямой, заполнив таблицу (таблицы раздаются каждому ученику на листочках).

Радиус окружности меньше расстояния от центра окружности до прямой	Радиус окружности больше расстояния от центра окружности до прямой	Радиус окружности равен расстоянию от центра окружности до прямой
Прямая и окружность	Прямая и окружность	Прямая и окружность

Обсудите свои выводы с товарищем по парте.

В конце урока ребята сдают тетради и таблицы с выполненными заданиями. Итоги подводятся на следующем уроке.

Таким образом, организация самостоятельной деятельности обучающихся при изучении планиметрии позволяет учителю провести диагностику сформированности УУД по данной теме; изучить индивидуальные особенности учащихся для определения познавательной самостоятельности и творчества; побуждает учащихся к самостоятельной работе с различными источниками информации.

Выводы по главе 2

Во второй главе рассмотрены особенности организации самостоятельной деятельности школьников в процессе обучения планиметрии и методические рекомендации для решения задач по теме «Окружность». Подробно разобраны восемь этапов процесса решения планиметрической задачи, а также конкретные методические приемы для ее анализа, позволяющих организовать деятельность учащихся по исследованию зависимостей между данными задачи и сформировать умения, связанные с самостоятельным получением логических выводов.

Дан ряд рекомендаций, позволяющих значительно облегчить поиск их решения и организовать самостоятельную деятельность учащихся: выполнение дополнительных построений и выносных чертежей, введение вспомогательной окружности, применение метода опорного элемента, необходимость отработки решения «базисных задач», применение формул, выведенных в процессе решения предыдущих задач, метод введения вспомогательного параметра. В результате использования аналитико-синтетического метода рассуждений, учащиеся успешнее справляются с задачами, требующими сообразительности и догадки, выбирают наиболее короткий и оригинальный путь решения.

Результатом второй главы и всей исследовательской работы является разработанный комплекс заданий для организации каждого вида самостоятельных работ по теме «Окружность», дифференцированных по уровням формирования знаний и умений обучающихся. Решение задач

играет основную роль в развитии мышления и формировании навыков самостоятельной деятельности. Целенаправленное обучение решению задач, выявление некоторых особенностей поисковой деятельности, связанной с решением нестандартной задачи, способно принести немалую пользу школьнику, активизировать самостоятельную деятельность, укрепить его интерес к изучению планиметрии и математики в общем.

Заключение

В соответствии с поставленными задачами результатами данной дипломной работы можно считать следующее:

1. Проанализирована психолого-педагогическая и методическая литература по проблеме организации самостоятельной деятельности в процессе изучения курса планиметрии; выделены особенности самоконтроля и самодиагностики учащихся в процессе их самостоятельной работы.

2. Раскрыта сущность понятий учебная деятельность и самостоятельная деятельность. Под учебной деятельностью мы понимаем форму активности учащегося, которая является условием и средством его психического развития, обеспечивая ему усвоение теоретических знаний и тем самым развивая у него специфические способности, которые в этих знаниях кристаллизованы. Самостоятельную деятельность будем определять как умение учащегося ставить перед собой цели как результат деятельности для их достижения собственными силами.

3. Выделены основные приемы организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе обучения математике.

4. Рассмотрены различные классификации самостоятельных работ. Наиболее полной и точной является классификация Ю.Б.Зотова.

5. На основе выделенных приемов организации самостоятельной деятельности, особенностей организации итогового самоконтроля и самодиагностики разработан комплекс заданий по теме «Окружность», охватывающий самостоятельные работы каждого вида.

Таким образом, следует считать, что задачи работы выполнены и цель исследования достигнута.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Айзенберг, М. И. Обучение учащихся методам самостоятельной работы с учебником и математической книгой [Текст]/ М. И. Айзенберг // Математика в школе. —1982. — № 6.— с. 19 – 20.
2. Атанасян, Л.С. Геометрия [Текст]: Учебник для 7-9 кл. общеобразовательных учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.—М.: Просвещение, 2000.—384 с.
3. Базылев, В.Т. Геометрия [Текст]: Учеб. пособие для студентов 1 курса физ.мат. фак-тов пед. ин-тов / В.Т. Базылев и др. — М.: Просвещение, 1974.— 351 с.
4. Блинова, Т.Л. Активизация познавательного интереса учащихся в процессе обучения математике [Текст]: Учеб. пособие / Т.Л. Блинова — Екатеринбург, 2005.— 100 с.
5. Борытко, Н.М. Диагностическая деятельность педагога [Текст]: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Н.М. Борытко; под ред. В.А. Сластёнина, И.А. Колесниковой. — М.: Издательский центр «Академия», 2006. — с. 21-23.
6. Вопросы организации творческой деятельности учащихся в процессе изучения математики [Текст]: методич. рекомендации и дид. мат. / Под ред. И.Н.Семеновской. — УрГПУ, Екатеринбург, 2000.— 53 с.
7. Давыдов, В.В. Виды обобщения в обучении: логико-психологические проблемы построения учебных предметов [Текст]/ В.В.Давыдов.— 2-е изд.— М.: Пед. общество России, 2000.— 480 с.

8. Давыдов, В. В. Учебная деятельность [Текст]/ В.В. Давыдов. – М.: 1986.– 318 с.
9. Далингер, В.А. Самостоятельная деятельность учащихся – основа развивающего обучения [Текст] / В.А. Далингер // Математика в школе.– 1994 –. № 6. –с. 17-21.
10. Далингер, В.А. Самостоятельная деятельность учащихся и ее активизация при обучении математике [Текст]: Учебное пособие / В.А.Далингер. – ОмИПКРО. Омск, 1993.– 156 с.
11. Далингер, В.А. Чертеж учит думать[Текст] / В.А.Далингер // Математика в школе.– 1990.–№4. –с.32-36.
12. Дебашина, Е. Ю. Самостоятельная работа на уроках математики в условиях развивающего обучения [Текст] / Е.Ю. Дебашина // Начальная школа.– 2003.– № 7.– с. 101 - 103.
- 13.Декарт, Р. Избранные произведения [Текст] / Р Декарт. – М.: 1950.–148 с.
14. Демидова, С.И. Самостоятельная деятельность учащихся при обучении математике [Текст] / С.И.Демидова. – М.: Просвещение, 1985.– 256 с.
15. Дистервег, А. Избранные педагогические сочинения [Текст] / А.Дистервег. // Сост. В.А. Ротенберг.– Издательство министерства просвещения РСФСР, М.,1956.– 375 с.
16. Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода [Текст]: Кн. для учителя / О.Б. Епишева.– М.: Просвещение, 2003. – 223 с.
17. Есипов, Б.П. Самостоятельная работа учащихся на уроках [Текст] / Б.П.Есипов. – М.,1960.– 234 с.
18. Закон Российской Федерации «Об образовании» [Текст] – М.: ТЦ Сфера, 2005. – 64 с.
19. Зимняя, И. А. Педагогическая психология [Текст]/ И.А. Зимняя. – Изд-во "Логос". М., 1999.–384 с.
20. Зотов, Ю.Б. Организация современного урока [Текст] : Книга для учителя/ Под редакцией П. И. Пидкасистого.– М. : Просвещение, 1984.–144 с.

21. Ильясов, И. И. Структура процесса учения [Текст] / И.И.Ильясов. – М., Изд-во Моск. Ун-та, 1986.– 199 с.
22. Ингенкамп, К. Педагогическая диагностика [Текст] / К. Ингенкамп. – М.: Педагогика, 1991. – 240 с.
23. Карпова, Г.А. Педагогическая диагностика учебной мотивации школьников: метод. рекомендации [Текст] / Г.А. Карпова. – Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2000. – 40 с.
24. Кашицына, Л. С. Самостоятельность как основа развития личности [Текст] / Л.С. Кашицына // Математика.– 2004.– № 6.– с. 2 - 3.
25. Коган, М. С. Человеческая деятельность [Текст] / М.С.Коган. – М.: Политиздат, 1974.– 267 с.
26. Колягин, Ю.М., Оганесян, В. А. Учись решать задачи [Текст]: Пособие для уч-ся VII–VIII кл./ Ю.М.Колягин, В.А.Оганесян.– М.: Просвещение, 1980.– 96 с.
27. Кузнецов, В.И. Контроль и самоконтроль – важное условие формирования учебных навыков [Текст] / В.И.Кузнецов // Начальная школа. – 1986. – №2. – с.36-39.
28. Леонтьев, А. Н. Избр. психол. произв. в 2 т. [Текст]: Т. 1./ А.Н.Леонтьев.— М.: Педагогика, 1983.– 392 с.
29. Лернер, И.Я. Процесс обучения и его закономерности [Текст] / И.Я.Лернер.– М.: Знание, 1980. — 96 с.
30. Лында, А.С. Дидактические основы формирования самоконтроля в процессе самостоятельной учебной работы учащихся [Текст] / А.С. Лында. – М.: Высшая школа, 1979. – 159 с.
31. Манвелов, С.Г. Задания по математике на развитие самоконтроля учащихся [Текст] / С.Г. Манвелов. – М.: Просвещение, 1997. – 132 с.
32. Мельникова, М.В. Развитие различных методов самоорганизации учащихся [Текст]: Технологии современной дидактики в процессе управления методической работой в школе / М.В.Мельникова, Г.Я.

- Перковская, И.Ю.Николаева; под ред. доктора пед. наук, проф. Л.П.Ильенко.— 3-е изд. — М.: АРКТИ, 2008 —200 с.
33. Митрохина, С.В. Урок самостоятельной работы по теме «Вписанные и описанные четырехугольники» [Текст] / С.В.Митрохина / Математика в школе.— 2007.— №4. —с. 2-6.
34. Мищенко, Т.М. Индивидуальные карточки по геометрии для VII-IX классов [Текст] / Т.М. Мищенко, А.В. Семенов // Математика в школе.— 2001.— №6.—с. 50-53.
35. Мордкович, А.Г. Беседы с учителями математики [Текст] / А.Г.Мордкович.— 2-е изд., дополн. и перераб., — М.: «ОНИКС 21 век». «Мир и Образование», 2005. — 336 с.
36. Моро, М.И. Самостоятельная работа учащихся на уроках арифметики в начальных классах [Текст] / М.И.Моро.— М.: Изд-во АПН РСФСР, 1963. — 160 с.
37. Никишина, И.В. Инновационная деятельность современного педагога в системе общешкольной методической работы [Текст] / И.В.Никишина. — Волгоград: Учитель, 2007 — 93 с.
38. Никифоров, Г.С. Самоконтроль человека [Текст] / Г.С. Никифоров. — Л.: Изд. Ленинградского университета, 1989. — 192 с.
39. Никулина, Г.Н. Активизация самостоятельной работы учащихся в учебном процессе. Методические рекомендации [Текст] / Г.Н. Никулина, Э.А. Власова. —УрГПУ. Екатеринбург, 1993.— 34 с.
40. Пидкасистый ,П. И. Педагогика [Текст] / П.И.Пидкасистый.—2-е изд. — М., 2002.—604 с.
41. Пидкасистый, П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении: теоретико-экспериментальное исследование [Текст] / П.И.Пидкасистый. — М.: Педагогика, 1980.— 240 с.
42. Платонов, К.К. Краткий словарь системы психологических понятий [Текст] / К.К.Платонов. — М., 1984.— 174 с.

43. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения [Текст] / Д.Пойа.– М.,Издательство «Наука» , 1975. – 464 с.
44. Потоскуев, Е.В. Геометрия и становление творческой личности [Текст] / Е.В.Потоскуев // Математика в школе.– 2009.–№6.–с.10-12.
45. Прасолов, В.В. Задачи по планиметрии. Ч.1 [Текст] / В.В.Прасолов.–2-е изд., перераб. и доп.– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат.лит., 1991. – 320 с.
46. Психологический словарь [Текст] / Под ред. В.П. Зинченко, Б.Г. Мещерякова .– 2-е изд., перераб. и доп.– М.: Педагогика-Пресс, 1996.–440 с.
47. Роль задач в формировании математических знаний и развитии учащихся [Текст]: Учебн. пособие / Под ред. И.Н. Семеновой.– Урал. пед. ин-т. Екатеринбург, 1993.– 84 с.
48. Российская педагогическая энциклопедия [Текст] / Под ред. В.В. Давыдова.– М.: 1993.– 669 с.
49. Рубинштейн, С.Л. Основы общей психологии [Текст] / С.Л.Рубинштейн.– СПб.: Питер, 2007.– 713 с.
50. Рыжик, В.И. Формирование потребности в самоконтроле при обучении математике [Текст] / В.И. Рыжик // Математика в школе. – 1980. – №3.– с.65-69.
51. Самостоятельная деятельность учащихся в процессе обучения математике: сборник статей [Текст] / Составитель Ю.Д. Кобалевский.–М.: Просвещение,1988. –128 с.
52. Самостоятельная деятельность учащихся при обучении математике: сборник статей [Текст] – М.: Просвещение,1985.–91 с.
53. Селевко, Г.К. Компетенции и их классификация [Текст] / Г.К. Селевко // Народное образование.– 2004. – №4. – с. 138-143.
54. Семенова, И. Н. Реализация дифференцированного подхода при изучении школьного курса математики в системе развивающего обучения [Текст]: Учеб.-метод. пособие / И.А.Авакумова, Г.В.Потапова, А.В. Слепухин; под ред. Х. Ж. Ганеева; отв. ред. И. Н. Семенова. – УрГПУ. Екатеринбург, 2002.– 119 с.

55. Слепухин, А.В. Комплексная педагогическая диагностика профессиональной направленности личности школьника с использованием новых информационных технологий [Текст]: Монография / А.В. Слепухин.– УрГПУ. Екатеринбург, 2006. – 200 с.
56. Фридман, Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе [Текст] / Л.М.Фридман.– М.: Просвещение , 1983 – 160 с.
57. Фридман, Л.М. Как научиться решать задачи [Текст]: Пособие для учащихся / Л.М.Фридман, Е.Н.Турецкий.–2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1984.– 175 с.
58. Шарифов, Дж. О видах самостоятельных работ [Текст] / Дж. Шарифов // Математика в школе. – 1976. – №5.– с. 16-18 .
59. Шарифов, Дж. О повышении эффективности самостоятельной работы учащихся на уроках геометрии [Текст] / Дж. Шарифов // Математика в школе. – 1979.– №4 –.с.35-36.
60. Шарыгин, И.Ф. Геометрия. 7-9 кл. [Текст]: Учебник для ОУ / И.Ф.Шарыгин. – 5-е изд. – М.:Дрофа,2001.– 368 с.
61. Щукина, Г.И. Роль деятельности в учебном процессе [Текст]: Кн. для учителя / Г.И.Щукина. – М.: Просвещение, 1986. – 144 с.
62. Эльконин, Д. Б. Вопросы психологии учебной деятельности младших школьников [Текст] / Под ред Д.Б.Эльконина, В.В.Давыдова. – М.: Изд-во Акад. пед наук,1988. – 286 с.